

Механико-математический факультет МГУ

Олимпиада «Абитуриент-2001», май

1. Решить неравенство

$$26^x + 27 \geq 9(6 - \sqrt{10})^x + 3(6 + \sqrt{10})^x.$$

$$\left((-\infty; \frac{1}{9}] \cap [6^{\frac{1}{9}}; +\infty) \right)$$

2. При каких значениях x числа

$$\log_2(2x^2 + 4x), \quad \log_2(8 - x^2 - 19x), \quad \log_2\left(x^2 - 15x + 7\frac{1}{2}\right)$$

являются длинами сторон некоторого равнобедренного треугольника?

8-

3. Две окружности с центрами O и Q , пересекающиеся друг с другом в точках A и B , пересекают биссектрису угла OAQ в точках C и D соответственно. Отрезки OQ и AD пересекаются в точке E , причем площади треугольников OAE и QAE равны 18 и 42 соответственно. Найти площади четырехугольника $OAQD$ и отношение $BC : BD$.

200; 3; 7

4. Решить уравнение

$$|\cos 2x \sin 6x| + |\cos 6x \sin 2x| = \sin \frac{3\pi}{11}.$$

$$\mathbb{Z} \ni u \cdot \frac{1}{x} + \frac{88}{x^2} \neq$$

5. Основанием треугольной пирамиды $SABC$ служит треугольник со сторонами $AB = BC = 15$ и $AC = 18$. Двугранные углы при ребрах AB и BC равны по $\arctg \frac{1}{7}$, а при ребре AC — $\frac{\pi}{4}$. Сфера, центр которой лежит в плоскости ABC , касается боковых граней в точках K , L и M . Найти радиус сферы, описанной около пирамиды $SKLM$.

$$\frac{177}{6}$$

6. Найти все значения параметра a , при каждом из которых графики функций

$$y = \frac{3x + 1}{x} \quad \text{и} \quad y = \frac{4x + 3a - 7}{ax - 1}$$

разбивают координатную плоскость ровно на пять частей.

[1; 0]