

# Механико-математический факультет МГУ

## Олимпиада «Абитуриент-1999», март

1. Решить уравнение

$$\sqrt[8]{\frac{1 + \cos 4x}{1 - \cos 4x}} + \sqrt[3]{\operatorname{tg}\left(\frac{9\pi}{2} - 2x\right)} = 0.$$

$$\mathbb{Z} \ni \eta \cdot u \cdot u \frac{z}{x} + \frac{8}{x} - \eta \frac{z}{x} + \frac{1}{x}$$

2. Решить систему

$$\begin{cases} 2^{x+2} = \frac{49}{4}x^2 + 4, \\ 2^{x+2} - 4 \leq x^2(14 - 2^{x+2}) \cdot 2^x. \end{cases}$$

0

3. Известно, что для некоторой тройки чисел  $x, y, z$  ( $x \neq y$ ) выражения

$$\log_{(x^5 y^2 z)}\left(\frac{\sqrt[3]{x^2 y}}{z}\right) \quad \text{и} \quad \log_{(x^2 y^5 z)}\left(\frac{\sqrt{xy}}{z}\right)$$

равны одному и тому же числу. Найти это число.

$\frac{81}{1}$

4. Диагонали выпуклого четырехугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ ,  $AB = AD$ ,  $CA$  — биссектриса угла  $C$ ,  $\angle BAD = 140^\circ$ ,  $\angle BEA = 110^\circ$ . Найти угол  $CDB$ .

00

5. Найти все значения  $a$  из промежутка  $[-2; 1]$ , при каждом из которых расстояние на числовой оси между любыми различными корнями уравнения

$$\sin 2x + |2a + 1| \sin x + |a| = 2|a| \cos x + \sin x + |2a^2 + a|$$

не меньше чем  $\frac{\pi}{2}$ .

$$\left[1 - \frac{z}{\sqrt{x}} - 1 - \frac{z}{\sqrt{x}}; 1; 0; z - \right]$$

6. Основание  $H$  высоты  $SH$  треугольной пирамиды  $SABC$  принадлежит грани  $ABC$ ,  $SH = \sqrt{\frac{5}{21}}$ ,  $SA = 1$ ,  $SB = 2$ ,  $\angle ASB = 120^\circ$ ,  $\angle ACB = 60^\circ$ . Найти радиус сферы, описанной около пирамиды  $SABC$ .

$\frac{z}{1\sqrt{x}}$