

Механико-математический факультет МГУ

Досрочный экзамен, 1997 год (март)

1. Решить уравнение

$$\sqrt{12 \sin x + 13} = 3 \sin x + 2.$$

$$\mathbb{Z} \ni y; k, \pi z + \frac{\pi}{2}$$

2. Решить неравенство

$$\log_{(x-1)} \frac{x^2 - x - 6}{2x - 8} \leq 1.$$

$$(\infty + ; 2] \cap (3; 2) \cap (z; 1)$$

3. Считая x и y целыми числами, решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2^{x^2 - 2xy + 1} = z \cdot 3^{y^2 - 1}, \\ \cos(5\pi z) = -1. \end{cases}$$

$$(1 - ; 1 - ; 1 -); (1; 1; 1)$$

4. В окружности проведены хорды AC и BD , пересекающиеся в точке E , причем касательная к окружности, проходящая через точку A , параллельна BD . Известно, что $CD : ED = 3 : 2$ и $S_{\triangle ABE} = 8$. Найти площадь треугольника ABC .

$$81$$

5. Решить систему

$$\begin{cases} |x + 2| - 2 \leq x, \\ (2^{x+1} + 2^{x-1} + 2^{1-x}) \sin \frac{\pi x}{2} + \cos(\pi x) = 3 + 2^{2x-1}. \end{cases}$$

$$1$$

6. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ длина ребра равна 1. Одна сфера радиуса $\frac{1}{4}$ касается плоскости ABC в точке A ; другая сфера касается плоскости $A_1 B_1 C_1$ в точке E_1 , лежащей на отрезке $B_1 C_1$, причем $B_1 C_1 : E_1 C_1 = 2 : 1$. Известно, что эти сферы касаются друг друга внешним образом и точка их касания лежит внутри куба. Найти расстояние от точки касания сфер до точки D .

$$\frac{88}{81} \sqrt{\quad}$$