

Механико-математический факультет МГУ

Досрочный экзамен, 1996 год (май)

1. Найти все целочисленные решения неравенства

$$\sqrt{x^3 - 5x - 3} \leq 6 - x.$$

8 1

2. Вычислить $\log_{\frac{2}{y}} x + \log_{\frac{2}{x}} y$, если $\log_{\frac{x}{y}} x^9 = \log_{\sqrt{y}} \frac{y}{x}$.

6 2

3. Через вершины A и B треугольника ABC проведена окружность, пересекающая стороны BC и AC в точках D и E соответственно. Площадь треугольника CDE в 7 раз меньше площади четырехугольника $ABDE$. Найти DE и радиус окружности, если $AB = 4$ и $\angle C = 45^\circ$.

9 2

4. При каком значении a сумма различных корней уравнения

$$\cos x - \sin 2x + \sin 4x = a (\operatorname{ctg} x + 2 \cos 3x),$$

принадлежащих отрезку $[\frac{3\pi}{4}; \frac{22\pi}{3}]$, максимальна?

2 8

5. На трех ребрах AA' , AB , $B'C'$ и BC единичного куба $ABCD A' B' C' D'$ взяты точки K , L , M и N соответственно так, что

$$AL = \frac{2}{3}, \quad B'M = \frac{1}{4}, \quad CN = \frac{3}{10}.$$

Определить, какое из ребер AB или AD пересекает плоскость, параллельную отрезку ML и содержащую отрезок KN . В каком отношении это ребро может делиться плоскостью?

AB, в отношении 1/6 от 0 до 1

6. Найти все значения k , при каждом из которых хотя бы для одного числа b уравнение

$$|x^2 - 1| + kx = |x^2 - 8x + 15| + b$$

имеет

- а) более 5 корней;
- б) ровно 5 корней.

а) 8; б) $(-4\sqrt{3}; 8)$