

Механико-математический факультет МГУ

Досрочный экзамен, 1996 год (март)

1. Решить уравнение

$$\log_{x+5} (x^3 + 10x^2 + 20x) \cdot \log_3 (x + 5) = \log_3 (3x^2 + 8x).$$

8-

2. Решить неравенство

$$\frac{x^3 - 8 + 6x(2 - x)}{|3 - 4x|} \leq \sqrt{4x - 3}.$$

$[\frac{7}{8}; \frac{3}{8}]$

3. Треугольник ABC со стороной $AB = 4$ и углом $\angle A = 60^\circ$ вписан в окружность радиуса $2\sqrt{3}$. Найти среднюю линию этого треугольника, параллельную AC , и расстояние между точками, в которых ее продолжение пересекает окружность.

$\sqrt{10} - 1 + 2\sqrt{10}$

4. При каких значениях a уравнение

$$2 \cos^2 (2^{2x-x^2}) = a + \sqrt{3} \sin (2^{2x-x^2+1})$$

имеет хотя бы одно решение?

$[-1; 2]$

5. Какое наибольшее число членов может содержать конечная арифметическая прогрессия с разностью 4, при условии, что квадрат ее первого члена в сумме с остальными членами не превосходит 100?

8

6. Основанием вписанной в сферу четырехугольной пирамиды $SABCD$ служит параллелограмм $ABCD$. Найти BD , если

$$SA = 4, \quad SB = 8, \quad SD = 7 \quad \text{и} \quad \angle SAC = \angle SBC = \angle SDC.$$

6