

## Механико-математический факультет МГУ

## Досрочный экзамен, 1995 год (март)

1. Найти первый член геометрической прогрессии, если ее третий член равен  $(-10)$ , а его квадрат в сумме с седьмым членом дает утроенный пятый член.

□

2. Решить уравнение

$$\frac{|x^3| - |5x|}{\sqrt{2x^2 - 4x - 1} - |x| + 2} = 0.$$

□

3. Найти значения  $a$ , при каждом из которых любое решение системы

$$\begin{cases} x - a^2 \log_3 y = 1, \\ x + 3a \log_3 y = 1 \end{cases}$$

удовлетворяет неравенству  $y > 1 - x$ .

□

4. Найти все значения  $x \in [0; \pi]$ , при которых выражения

$$\operatorname{tg} x \quad \text{и} \quad \frac{1}{\cos 2x} - 2 \cos 2x$$

имеют разные знаки.

□

5. На сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  взяты точки  $D$ ,  $E$  и  $F$  соответственно. Отрезки  $AE$  и  $DF$  проходят через центр вписанной в треугольник окружности, а прямые  $DF$  и  $BC$  параллельны. Найти длину отрезка  $BE$  и периметр треугольника  $ABC$ , если  $BC = 15$ ,  $BD = 6$ ,  $CF = 4$ .

□

6. В пирамиде  $SABC$  двугранные углы при ребрах  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  равны  $90^\circ$ ,  $30^\circ$  и  $90^\circ$  соответственно. Плоскость пересекает ребра  $SB$ ,  $SC$ ,  $AC$  и  $AB$  в точках  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  соответственно, причем четырехугольник  $KLMN$  — трапеция, основание  $KL$  которой втрое меньше основания  $MN$ . Найти площадь трапеции, если ее высота равна 13 и  $AS = BS = 13$ .

□