

Олимпиада «Ломоносов» по математике

8 класс, 2012 год

1. Электронные часы показывают время в стандартном формате (например, 20:27). Найдите наибольшее возможное значение произведения цифр на таких часах.

405

2. В некотором городе два района — старый и новый. Средняя высота зданий в старом районе вдвое меньше средней высоты зданий в новом районе и на 30% меньше, чем средняя высота зданий в городе. Найдите отношение количеств зданий в старом и новом районах.

4 : 3

3. Можно ли разрезать три равных правильных шестиугольника так, чтобы из всех кусков можно было бы сложить один правильный шестиугольник? Ответ обоснуйте.

да

4. Какие наибольшее и наименьшее значения может принимать произведение двух чисел при условии, что их сумма принадлежит отрезку $[7; 9]$, а разность — отрезку $[10; 11]$?

 $81 - \frac{7}{6}$ и $\frac{7}{6}$

5. На сторонах AB , BC , CD и DA равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD отметили точки K , L , M и N соответственно. Оказалось, что $KLMN$ — параллелограмм. Докажите, что $KP = MQ$, где P и Q — середины сторон AB и CD соответственно.

6. Два различных двузначных числа таковы, что одно получается из другого перестановкой цифр. Если между цифрами каждого из них вписать по 2012 троек, то от этого их отношение не изменится. Найдите все возможные пары таких чисел.

12 и 21

7. Для какого наименьшего числа n можно отметить на плоскости n точек так, что найдутся четыре квадрата, все вершины которых — отмеченные точки?

8