

Олимпиада «Ломоносов» по математике

10–11 классы, 2018 год

1. На каком из пяти интервалов, на которые разбивают числовую ось четыре точки

$$x^5 < y^8 < y^3 < x^6,$$

лежит число 0?

(8^{fi}; 5^x)

2. Какое из чисел больше:

$$\underbrace{\sqrt{17\sqrt{13\sqrt{17\sqrt{13\sqrt{17\dots}}}}}}_{2018 \text{ знаков корня}} \quad \text{или} \quad 17\sqrt[3]{\frac{13}{17}}?$$

Второе

3. В треугольнике ABC , площадь которого равна 20, проведена медиана CD . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если известно, что $AC = \sqrt{41}$, а центр окружности, вписанной в треугольник ACD , лежит на окружности, описанной около треугольника BCD .

$\frac{8}{17}$ или $\frac{01}{17}$

4. Архив фотографий укладывают в порядке их нумерации в одинаковые альбомы, ровно по 4 фотографии на одну страницу. При этом 81-я по счёту фотография попала на 5-ю страницу одного из альбомов, 171-я — на 3-ю страницу другого. Сколько фотографий вмещает каждый альбом?

32

5. Решите неравенство

$$\arcsin\left(\frac{5}{2\pi} \arccos x\right) > \arccos\left(\frac{10}{3\pi} \arcsin x\right).$$

$[\frac{01}{x8} \text{ илс}; \frac{09}{x6} \text{ илс}] \cap (\frac{09}{x6} \text{ илс}; \frac{01}{x} \text{ илс}]$

6. Найдите все такие наборы чисел x_1, x_2, \dots, x_{n+1} , что $x_1 = x_{n+1}$ и при всех $k = 1, \dots, n$ выполнено равенство

$$2 \log_2 x_k \cdot \log_2 x_{k+1} - \log_2^2 x_k = 9.$$

$\frac{8}{1} = 1^{+9}x = \dots = 9x = 1x$ или $8 = 1^{+9}x = \dots = 9x = 1x$

7. Найдите наибольшее значение функции

$$f(x) = \sin(x + \sin x) + \sin(x - \sin x) + \left(\frac{\pi}{2} - 2\right) \sin \sin x.$$

$$\frac{\pi}{2} - 2$$

8. Андрею нравятся все числа, не делящиеся на 3, а Тане нравятся все числа, в которых нет цифр, делящихся на 3.

а) Сколько четырёхзначных чисел нравятся и Андрею, и Тане?

б) Найдите общую сумму цифр всех таких четырёхзначных чисел.

$$14880$$