

## Олимпиада «Курчатов» по математике

9 класс, 2018 год

1. Приведите пример натурального числа  $n$ , которое представляется в виде разности квадратов натуральных чисел ровно 2018 способами.

2. Петя и Вася загадали по два действительных числа и сообщили их Маше. Оказалось, что сумма чисел, загаданных Петей, равна произведению чисел, загаданных Васей, и что произведение чисел, загаданных Петей, равно сумме чисел, загаданных Васей. Маша прибавила ко всем четырем числам по единице и перемножила. Мог ли у Маши получиться отрицательный результат?

3. Вычислите значение выражения

$$\frac{(3^4 + 4)(7^4 + 4)(11^4 + 4) \dots (2015^4 + 4)(2019^4 + 4)}{(1^4 + 4)(5^4 + 4)(9^4 + 4) \dots (2013^4 + 4)(2017^4 + 4)}.$$

4080401

4. В остроугольном треугольнике  $ABC$  через вершину  $A$  проведена прямая  $\ell$ , перпендикулярная медиане, выходящей из вершины  $A$ . Продолжения высот  $BD$  и  $CE$  треугольника пересекают прямую  $\ell$  в точках  $M$  и  $N$ . Докажите, что  $AM = AN$ .

5. Натуральные числа  $1, 2, \dots, 64$  записаны в клетках таблицы  $8 \times 8$  так, что для всех  $k = 1, 2, 3, \dots, 63$  числа  $k$  и  $k + 1$  находятся в соседних по стороне клетках. Каково максимальное значение возможной суммы чисел на главной диагонали?