

Олимпиада «Курчатов» по математике

11 класс, 2016 год

1. У двух прямоугольных треугольников совпадают площади и периметры. Обязательно ли эти треугольники равны?

□

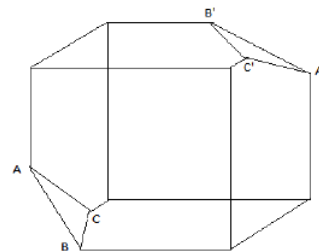
2. Найдите наименьшее натуральное n такое, что $\sin n^\circ = \sin(2016n^\circ)$.

□

3. Имеется 288 внешне одинаковых монет весами 7 и 8 грамм (есть и те, и другие). На чаши весов положили по 144 монеты так, что весы в равновесии. За одну операцию можно взять с чаш любые две группы из одинакового числа монет и поменять их местами. Докажите, что можно не более чем за 11 операций сделать так, чтобы весы не были в равновесии.

4. Назовем натуральное число *модным*, если в его записи встречается группа цифр 2016 (например, числа 32016, 1120165 модны, а 3, 216, 20516 — нет). Докажите, что всякое натуральное число можно получить как частное от деления модного числа на модное.

5. У куба выбрали две противоположные вершины M и M' и плоскими сечениями ABC и $A'B'C'$ отрезали от него две треугольные пирамиды $MABC$ и $M'A'B'C'$. Получился восьмигранник (см. рисунок) Три расстояния оказались попарно различны: между прямыми AB и $A'B'$, между прямыми BC и $B'C'$ и между прямыми AC и $A'C'$. Докажите, что у прямых AA' , BB' и CC' есть общая точка.



6. Дан квадратный трёхчлен $x^2 + bx + c$. Докажите, что найдётся такое иррациональное x , при котором значение $x^2 + bx + c$ рационально.