

Турнир Архимеда

2019 год, зимний тур

Задача 1. [3 + 3 балла] Дано выражение

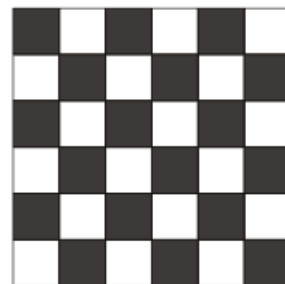
$$\frac{2019 * 217 * 20 * 19 * 8}{2018 * 101 * 20 * 18 * 11}$$

Можно ли вместо звёздочек поставить знаки «+» и «−» так, чтобы после вычислений получилось: а) $7/6$; б) $11/9$? Если да, приведите пример, если нет, объясните почему.

Задача 2. [6 баллов] Два пеших посыльных отправились из штаба армии в дальние гарнизоны с пакетами: один — на юг, а другой — через 15 мин после первого — на север. Еще через 15 мин начальник штаба понял, что забыл вложить в пакеты письма и послал велосипедиста исправить ошибку. Догнав посыльного, велосипедист мгновенно передаёт письмо, мгновенно разворачивается и едет обратно. Скорости посыльных постоянны и равны, а скорость велосипедиста в 2 раза больше. Через какое наименьшее время велосипедист может выполнить приказ и вернуться в штаб?

2 часа 30 минут

Задача 3. [7 баллов] В каждой чёрной клетке на клетчатом поле 6×6 (см. рис.) живёт гном, в каждой белой — эльф. Во вторник у каждого из них было не менее одной монеты. В среду каждый эльф дал каждому своему соседу-гному столько монет, сколько у этого гнома было во вторник. В пятницу каждый гном дал каждому своему соседу-эльфу столько монет, сколько у этого эльфа было в четверг. В другие дни монеты не передавались. Могло ли оказаться, что после этого у каждого эльфа и каждого гнома стало столько же монет, сколько было во вторник? Если да, приведите пример, если нет, объясните почему.



Задача 4. [6 баллов] На острове рыцарей и лжецов прошёл марафонский забег. После забега каждому жителю острова задали 2 вопроса: «Участвовали ли Вы в забеге?» и «Добежали ли Вы до финиша?». Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут, а на вопросы отвечали «Да» или «Нет». На первый вопрос 50% опрошенных ответили «Да». На второй вопрос 45% опрошенных ответили «Нет». Кого среди участников забега, не добежавших до финиша, больше: рыцарей или лжецов?

Задача 5. [7 баллов] Требуется расставить в квадратной таблице 6×6 крестики и нолики так, чтобы внутри любого квадрата 3×3 крестиков было больше, чем ноликов, а внутри любого квадрата 5×5 ноликов было больше, чем крестиков. Возможно ли это? Если да, приведите пример, если нет, объясните почему.

Задача 6. [7 баллов] На лавке стоят два пустых мешка: чёрный и белый и лежит много мелких алмазов. Кощей Бессмертный и Баба-Яга играют в игру: по очереди кладут алмазы в мешки. Кощей каждым своим ходом имеет право положить либо два алмаза в белый мешок, либо один — в чёрный, а Баба-Яга — либо два алмаза в чёрный мешок, либо один — в белый. Начинает Кощей. Побеждает тот, после хода которого в каком-нибудь мешке окажется больше 2019 алмазов. Кто может гарантированно победить и как для этого нужно играть?

Критерии награждения

- Диплом I степени — от 25 до 39 баллов.
- Диплом II степени — от 19 до 24 баллов.
- Диплом III степени — от 13 до 18 баллов.