

Всесибирская олимпиада по математике

11 класс, 2026 год

1. Действительные числа x, y, z удовлетворяют уравнениям

$$x^2 - yz = y^2 - zx = z^2 - xy = 2.$$

Найти все возможные значения выражения $xy + yz + zx$.

7-

2. Пусть $a_n, n = 1, 2, \dots$ — бесконечная последовательность положительных действительных чисел таких, что

$$a_1 = 1 \quad \text{и} \quad a_{n+1}^2 + a_{n+1} = a_n, \quad n = 1, 2, \dots$$

Докажите, что $a_n \geq \frac{1}{n}$ для всех натуральных n .

3. Докажите, что любой неравносторонний треугольник можно разбить на три треугольника, радиусы описанных окружностей которых равны.

4. Множество X состоит из десяти различных натуральных чисел таких, что для произвольного $k = 2, \dots, 10$ сумма любых k из этих чисел делится на k . Найти минимальное значение, которое может принимать максимальное из этих чисел.

1862

5. В таблице размера 8 на 8 клеток отмечены некоторые 8 клеток так, что в каждой строке и каждом столбце отмечена ровно одна клетка. Кроме того, в некоторых 8 клетках таблицы расставлены 8 фишек так, что в каждой строке и каждом столбце стоит ровно одна фишка. За один ход можно переставить одну из фишек в любую соседнюю с ней по стороне пустую клетку. Найти минимальное N такое, что при любых допустимых расстановке 8 фишек и отметке 8 клеток в таблице можно все фишки переставить на отмеченные клетки не более, чем за N ходов. Некоторые фишки могут изначально стоять в отмеченных клетках.

78 = N