

Всесибирская олимпиада по математике

8 класс, 2023 год

1. Пять автобусов стоят в ряд друг за другом в пробке, причём в любых двух из них едет разное ненулевое число пассажиров. Назовём двух различных людей *сострадальцами*, если они едут либо в одном и том же автобусе, либо в соседних. Оказалось, что у каждого пассажира есть либо ровно 20, либо ровно 30 сострадальцев. Приведите пример, как такое может быть возможно.
2. На некотором острове живут только рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда врут. Как-то раз 1001 житель этого острова встали в круг, и каждый из них сказал: «Все десять человек, следующие за мной по часовой стрелке, являются лжецами». Сколько среди вставших в круг могло быть рыцарей?
3. В квадрате $ABCD$ точка H — середина стороны CD , а K — такая точка на стороне BC , что $KC = 2KB$. Докажите, что KA является биссектрисой угла BKH .
4. Назовём число *замечательным*, если его можно разложить в сумму 2023 слагаемых (не обязательно различных), каждое из которых является натуральным составным числом. Найдите наибольшее целое число, не являющееся замечательным.
5. После удачного ограбления поезда 102 разбойника поделили добытые рубины, сапфиры и изумруды таким образом, что каждому суммарно досталось ровно 100 драгоценных камней. Докажите, что верно хотя бы одно из следующих двух утверждений:
 - Найдутся два разбойника, у которых поровну и рубинов, и сапфиров, и изумрудов;
 - Найдутся два разбойника, у которых разное количество и рубинов, и сапфиров, и изумрудов.