

Всесибирская олимпиада по математике

7 класс, 2019 год

1. Несколько гномиков несли конфеты своему вождю Шмебулоку. По дороге каждый гномик украл и съел по одной конфете у каждого другого. В результате Шмебулоку принесли только 53 конфеты. Сколько конфет было у каждого гномика изначально, если известно, что у всех было поровну?
2. В треугольнике ABC угол A равен 60° . Точки M , N и K лежат на сторонах BC , AC и AB соответственно, причём $BK = KM = MN = NC$. Оказалось, что $AN = 2AK$. Найдите углы B и C .
3. В городе модников живут 15 человек, каждый из которых носит по одной серёжке в каждом ухе. Всего у них 10 медных серёжек, 10 серебряных и 10 золотых. Однажды все жители встали в круг, и оказалось, что любые два соседа не носят серёжек из одного материала. Какое максимальное количество человек в этом городе может носить две серёжки из разных металлов?
4. Можно ли квадрат со стороной 8 см разрезать на 8 различных многоугольников, у каждого из которых площадь, выраженная в квадратных сантиметрах, в два раза меньше периметра, выраженного в сантиметрах? Многоугольники, получаемые друг из друга поворотом или переворотом, считаются одинаковыми.
5. В некоторой стране есть 2019 городов, любые два из которых соединены двусторонним рейсом одной из многочисленных авиакомпаний. Известно, что каждая авиакомпания обслуживает не более 2017 рейсов. Докажите, что найдутся три таких города, что все попарные рейсы между ними обслуживают разные авиакомпании.