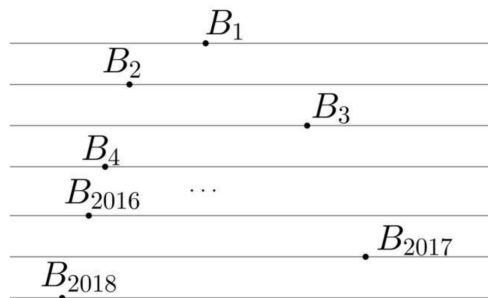


Всесибирская олимпиада по математике

7 класс, 2018 год

1. На некотором острове живёт 2018 человек, каждый из которых является либо рыцарем, который всегда говорит правду, либо лжецом, который всегда лжёт. Известно, что каждый человек дружит ровно с двумя другими. Однажды каждый из островитян заявил, что дружит ровно с одним лжецом. Обязательно ли все островитяне лжецы?
2. Квадрат со стороной 6 клеточек разрезан по сторонам сетки на 8 прямоугольников. Докажите, что какие-то два из этих прямоугольников равны по площади.
3. На плоскости через одинаковое расстояние расположены 2018 параллельных прямых. На каждой прямой расположено по одной точке. Точки B_1 и B_2 взяты произвольно на двух первых прямых. Затем точка B_3 взята так, что $B_1B_2 = B_2B_3$; B_4 так, что $B_1B_3 = B_3B_4$; ...; B_i так, что $B_1B_{i-1} = B_{i-1}B_i$; ...; B_{2018} так, что $B_1B_{2017} = B_{2017}B_{2018}$. При этом, если очередную точку можно выбрать двумя способами, то для нечётного номера выбирают правую точку, для чётного — более левую точку (см. рис.). Докажите, что расположение точки B_{2018} зависит только от расположения точки B_1 .



4. Число называется *хорошим*, если любые две соседние цифры в его записи отличаются хотя бы на 5. Вера написала хорошее число, а потом заменила одинаковые его цифры на одинаковые буквы, а разные — на разные. Могло ли у неё получиться слово НОВОСИБИРСК?
5. Шахматную доску со стороной в 100 клеток по линиям сетки разрезали на квадраты с нечётными сторонами (не обязательно равные), а затем в каждом полученном квадрате отметили центральную клетку. Докажите, что белых и черных клеток оказалось отмечено поровну.