

Всероссийская олимпиада школьников по математике**10 класс, школьный этап, 2025/26 год**

1. Назовите максимальное натуральное число $n > 100$ такое, что при стирании двух последних цифр оно уменьшается ровно в 112 раз?
2. В конкурсе участвовало несколько танцевальных пар. Каждый пожал руку всем остальным, кроме себя и своего партнера. Всего было сделано 20200 рукопожатий. Сколько было пар?
3. Последовательность целых чисел $\{x_n\}$ такова, что

$$x_1 = 1000 \quad \text{и} \quad x_{n+1} = |x_n - 7|$$

для всех $n > 1$. Найдите такое минимальное n , что $x_{n+2} = x_n$.

4. На праздновании Нового Года 40 школьников встали в хоровод. Каждую минуту один из школьников, которому не дарили подарков и который не дарил подарок, дарит подарок одному из двух ближайших слева соседей (можно дарить подарок школьнику, даже если у него уже есть подарок). Когда каждый школьник подарил или получил хотя бы один подарок, обмен подарками заканчивается.

1. Какое максимальное количество школьников могло получить подарки?
 2. Какое минимальное количество школьников могло получить подарки?
5. В описанном четырехугольнике $ABCD$ оказалось, что $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$. Известно, что $AB = 5$, $BC = 3$. Найдите, чему равно CD .
6. Каждый член последовательности натуральных чисел, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих, а восьмой член равен 1313.
1. Сколько существует таких последовательностей?
 2. Чему равен второй член последовательности, если первый равен 13?

7. Дан вписанный четырехугольник $ABCD$. Оказалось, что касательная в точке D к описанной окружности параллельна биссектрисе угла ABC , и при этом $\angle ABD = 10^\circ$ и $\angle DBC = 92^\circ$. Найдите $\angle BCA$. Ответ выразите в градусах.

8. В ряд стоят 20 ящиков, пронумерованные слева направо числами от 1 до 20. В ящиках с нечётными номерами лежат по 45 шариков, а с чётными номерами — по 46. За одну операцию разрешается выбрать не крайний справа ящик, в котором нечётное количество шариков, и переложить один шарик из него в соседний справа ящик. Если никакую операцию сделать невозможно, процесс заканчивается.

1. Через какое минимальное количество операций мог закончиться процесс?
2. Через какое максимальное количество операций мог закончиться процесс?