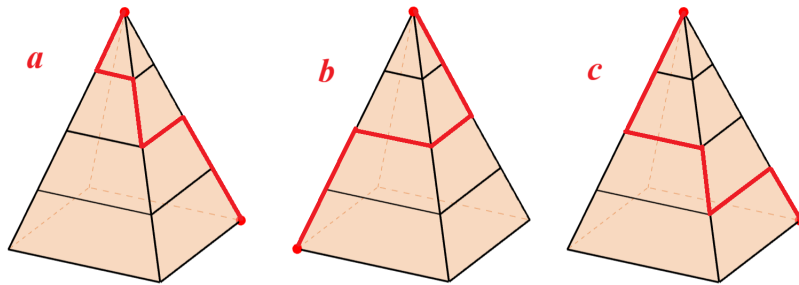


# Всероссийская олимпиада школьников по математике

10 класс, школьный этап, 2024/25 год

1. Боковые грани пирамиды — четыре равных равнобедренных треугольника. На этих гранях проведены отрезки, параллельные основанию, как показано на чертеже. Длины путей, отмеченные на чертежах красным, соответственно равны  $a$ ,  $b$  и  $c$ .



Выберите верное утверждение:

- a)  $c > b = a$ ,
- b)  $b = c > a$ ,
- c)  $a = b = c$ ,
- d)  $a < b < c$ .

(Р)

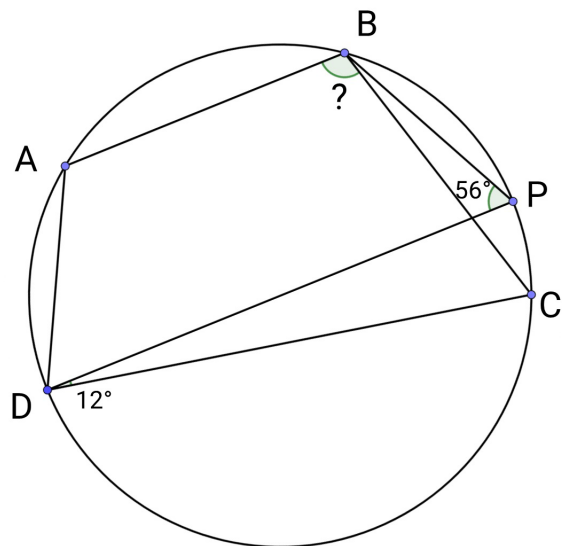
2. Действительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что

$$\frac{9x}{y} = xy = 2x + 4y.$$

Какое наибольшее значение может принимать  $x$ ?

(Т)

3. На чертеже четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность  $\omega$ . Прямая, проходящая через точку  $D$ , параллельно  $AB$ , пересекает  $\omega$  в точке  $P$ . Известно, что  $\angle PDC = 12^\circ$ ,  $\angle DPB = 56^\circ$ . Найдите величину угла  $\angle ABC$ . Ответ дайте в градусах.



112

4. Натуральные числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  таковы, что

$$\text{НОД}(a, b) = 2 \quad \text{и} \quad \text{НОД}(b, c) = 4.$$

Чему может быть равен  $\text{НОД}(a, c)$ ? Выберите все верные ответы:

- a) 12;
- b) 3;
- c) 6;
- d) 1;
- e) 2.

(c), (e)

5. У Жоры есть коробка конфет, в которой конфеты расположены прямоугольником  $4 \times 5$  (4 строчки, 5 столбцов). Жора берёт по одной конфете, каждый раз выбирая из строки, в которой осталось максимальное количество конфет; если таких несколько — из любой из них. Сколькими способами Жора мог съесть первые 5 конфет; порядок поедания важен?

240000

6. Прямая  $\ell$ , пересекающая стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$ , разбивает его на равносторонний треугольник и на четырёхугольник. Пусть  $X$  и  $Y$  — проекции точек  $B$  и  $C$  на прямую  $\ell$ . Найдите длину отрезка  $XY$ , если  $AB = 20$ ,  $AC = 21$ .

$\frac{2}{11} = 0,1818$

7. В стране 3 мегаполиса и 7 городков. Авиакомпания планирует расписание полётов между ними. Руководитель хочет, чтобы выполнялись следующие условия:

- от любого населённого пункта до любого другого можно добраться (прямым рейсом или с пересадками);
- если из пункта  $A$  есть рейс в пункт  $B$ , то и из пункта  $B$  есть рейс в пункт  $A$ ;
- из двух мегаполисов можно улететь ровно в четыре населённых пункта, а из одного — в три;
- из каждого городка можно улететь ровно в один населённый пункт.

Сколько существует способов организовать такое расписание?

0891

8. Числа  $a_1, a_2, \dots, a_9$  таковы, что

$$\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_9^2}{a_1 + a_2 + \dots + a_9} = 48.$$

Какое наибольшее значение может принимать  $a_1$ ?

96