

# Всероссийская олимпиада школьников по математике

9 класс, муниципальный этап, 2024/25 год

1. Про положительные числа  $a$  и  $b$  известно, что

$$a^2 + ab = 36 \quad \text{и} \quad b^2 + ab = 64.$$

Найдите значение  $a + b$ .

01

2. Катя написала на доске натуральное число. За один ход она может взять две подряд идущие цифры этого числа, произведение которых является двузначным числом, и заменить их на это произведение.

Например, если бы число Кати было равно 1358, то она могла бы получить за один ход из него 1158 или 1340.

Известно, что после того как Катя произвела 3 операции со своим числом, она получила число 2345.

1. Какое число Катя могла написать изначально? Приведите один пример.
2. Укажите в любом порядке все числа, которые могли быть у Кати изначально.

01 (1) 3959, 5579, 9356, 5579, 5579 (2) 3959, 5579, 9356

3. Петя и Вася плавают в бассейне размера  $10 \text{ м} \times 17 \text{ м}$ . Известно, что кратчайшее расстояние от Пети до края бассейна равно 2 метра, а кратчайшее расстояние от Васи до края — 3 метра. Какое максимальное расстояние может быть между Петей и Васей?

01

4. В футбольном турнире участвовало десять команд, каждая сыграла с каждой один раз. Команды, занявшие первое и второе место, в сумме набрали всего лишь на пять очков меньше, чем все остальные команды вместе. Сколько очков набрала команда с минимальным количеством очков? За победу в футбольном турнире дают 3 очка, за ничью — 1, за поражение — 0.

02

5. Простое число  $p$  таково, что числа

$$15p - 15 \quad \text{и} \quad 16p - 15$$

являются точными квадратами. Чему может быть равно  $p$ ? Укажите все возможные варианты в любом порядке.

09

6. Петя выписал на доску выражение  $1 + 2 + \dots + 1000$ . Его младший брат Вася в каждом числе вставил между всеми соседними цифрами знак умножения. Например, число 547 превратилось в  $5 \cdot 4 \cdot 7$ . Чему равно значение полученного выражения?

96186

7. Лёня мечтает в будущем полететь на Марс и основать там свою страну. Пока он хочет придумать флаг этой страны. Он собирает различные варианты флага размером  $8 \times 8$  из плиток  $1 \times 1$  серого, бурого и малинового цветов, причём плитки каждого из цветов должны присутствовать.

1. Лёня решил, что плитки каждого цвета должны образовывать прямоугольник. Кроме того, плитки серого и бурого цвета в объединении тоже должны образовывать прямоугольник, а также плитки бурого и малинового цвета в объединении должны образовывать прямоугольник. Сколько вариантов флага придётся рассмотреть Лёне?
2. Лёне не понравился ни один вариант флага из пункта 1, и он решил отказаться от условий про объединения цветов. Осталось лишь требование, что клетки каждого цвета должны образовывать прямоугольник. Сколько **новых** вариантов флага придётся рассмотреть Лёне?

1441 (2) 1344

8. В остроугольном треугольнике  $ABC$  провели высоты  $BB_1$  и  $CC_1$ . Точки  $M$  и  $N$  являются серединами сторон  $AC$  и  $AB$  соответственно. Прямая  $C_1M$  повторно пересекает описанную окружность треугольника  $BCC_1$  в точке  $X$ . Точка  $O$  является центром описанной окружности треугольника  $B_1MX$ . Найдите  $ON$ , если  $AB = 10$ ,  $B_1M = 3$ ,  $\angle A = 60^\circ$ .

8