

Всероссийская олимпиада школьников по математике

9 класс, школьный этап, 2022/23 год

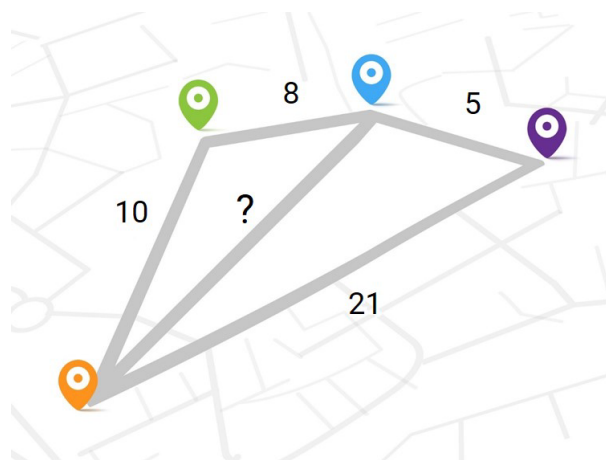
1. В магазине продаётся 20 товаров, стоимости которых — различные натуральные числа от 1 до 20 рублей. Магазин решил устроить акцию: при покупке любых 5 товаров один из них выдаётся в подарок, причём покупатель сам выбирает, какой товар получит бесплатно. Влад хочет купить все 20 товаров в этом магазине, заплатив как можно меньше. Сколько рублей ему понадобится? (Каждый из 20 товаров продаётся в 1 экземпляре.)

981

2. Ваня загадал два натуральных числа, произведение которых равняется 7200. Какое наибольшее значение может принимать НОД этих чисел?

09

3. Четыре города и пять дорог расположены так, как изображено на рисунке. Длины всех дорог равны целому числу километров. Длины четырёх дорог указаны на рисунке. Сколько километров составляет длина оставшейся?



17

4. Простое число p таково, что число $p + 25$ является седьмой степенью простого числа. Чему может быть равно p ? Укажите все возможные варианты.

801

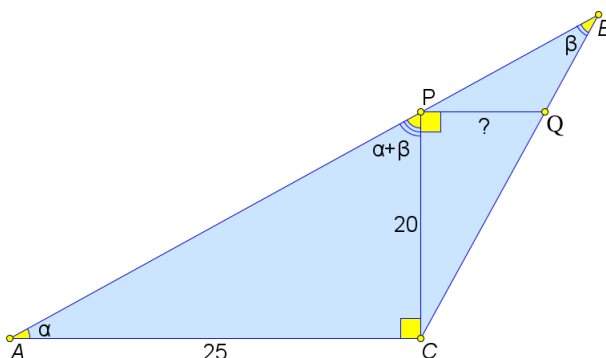
5. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды собрались 80 жителей острова, все они надели на себя футболки с номерами от 1 до 80 (у разных жителей разные номера). Каждый из них сказал одну из двух фраз:

- «Среди собравшихся хотя бы у 5 лжецов номер футболки больше моего».
- «Среди собравшихся хотя бы у 5 лжецов номер футболки меньше моего».

Какое наименьшее количество рыцарей могло быть среди этих 80 жителей?

02

6. Дан тупоугольный треугольник ABC с тупым углом C . На его сторонах AB и BC отмечены точки P и Q соответственно так, что $\angle ACP = \angle CPQ = 90^\circ$. Найдите длину отрезка PQ , если известно, что $AC = 25$, $CP = 20$, $\angle APC = \angle A + \angle B$.



91

7. Дан квадратный трёхчлен $P(x)$, старший коэффициент которого равен 1. На графике $y = P(x)$ отметили две точки с абсциссами 10 и 30. Оказалось, что биссектриса первой четверти координатной плоскости пересекает отрезок между ними в его середине. Найдите $P(20)$.

08

8. В таблице 8×12 некоторые N клеток — чёрные, а остальные — белые. За одну операцию разрешается покрасить три клетки, образующие трёхклеточный уголок, в белый цвет (некоторые из них ещё до перекрашивания могли быть белыми). Оказалось, что таблицу невозможно сделать полностью белой менее чем за 25 таких операций. Найдите наименьшее возможное значение N .

27