

Всероссийская олимпиада школьников по математике

11 класс, школьный этап, 2022/23 год

1. Маша живёт в квартире №290, которая находится в 4-м подъезде 17-этажного дома. На каком этаже живёт Маша? (Количество квартир одинаково во всех подъездах дома на всех 17 этажах; номера квартир начинаются с 1.)

□

2. На столе лежат 30 монет: 23 десятирублёвых и 7 пятирублёвых, причём 20 из этих монет лежат вверх орлом, а остальные 10 — решкой. При каком наименьшем k среди произвольно выбранных k монет обязательно найдётся десятирублёвая монета, лежащая орлом вверх?

□

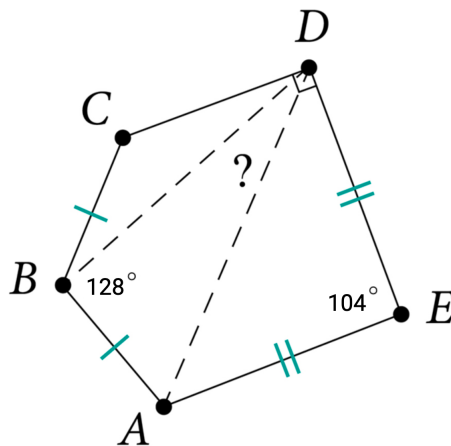
3. Произведение положительных чисел a и b равно 1. Известно, что

$$(3a + 2b)(3b + 2a) = 295.$$

Найдите $a + b$.

□

4. Выпуклый пятиугольник $ABCDE$ таков, что $\angle ABC = 128^\circ$, $\angle CDE = 90^\circ$, $\angle AED = 104^\circ$, $AB = BC$, $AE = ED$. Сколько градусов составляет угол ADB ?



□

5. При каком наименьшем натуральном n можно расставить числа от 1 до n по кругу так, чтобы каждое число было либо больше всех 40 следующих за ним по часовой стрелке, либо меньше всех 30 следующих за ним по часовой стрелке?

□

6. У многочлена $P(x)$ все коэффициенты — целые неотрицательные числа. Известно, что $P(1) = 4$ и $P(5) = 152$. Чему равно $P(11)$?

1454

7. Центры шести сфер радиуса 1 расположены в вершинах правильного шестиугольника со стороной 2. Эти сферы внутренним образом касаются большой сферы S с центром в центре шестиугольника. Сфера P касается шести сфер внешним образом и сферы S внутренним образом. Чему равен радиус сферы P ?

9,1

8. В таблице 28×35 некоторые k клеток покрашены в красный цвет, ещё r — в розовый, а оставшиеся s — в синий. Известно, что

- $k \geq r \geq s$;
- у каждой граничной клетки есть хотя бы 2 соседа такого же цвета;
- у каждой неграничной клетки есть хотя бы 3 соседа такого же цвета.

Какое наименьшее значение может принимать величина $k - s$?

(Клетка называется граничной, если она примыкает к границе таблицы. Соседями называются клетки, имеющие общую сторону.)

28