

# Всероссийская олимпиада школьников по математике

10 класс, муниципальный этап, 2022/23 год

1. а) Натуральное число  $n$  меньше 120. Какой наибольший остаток может давать число 209 при делении на  $n$ ?

б) Натуральное число  $n$  меньше 90. Какой наибольший остаток может давать число 209 при делении на  $n$ ?

69 (9 : 701 (e

2. Действительное число  $a$  таково, что из двух уравнений

$$5 + |x - 2| = a \quad \text{и} \quad 7 - |2x + 6| = a$$

одно имеет ровно один корень, а другое — ровно два корня. Чему может быть равно  $a$ ? Укажите все возможные варианты.

7 : 9

3. На доске написаны натуральные числа  $a, b, c, d$ . Известно, что среди шести сумм

$$a + b, \quad b + c, \quad c + d, \quad d + a, \quad a + c, \quad b + d$$

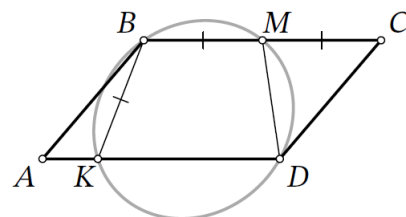
три равны 23, а три других равны 34.

1. Чему равно  $a + b + c + d$ ?

2. Чему равно наименьшее из чисел  $a, b, c, d$ ?

9 (2 : 79 (1

4. Дан параллелограмм  $ABCD$ , точка  $M$  — середина стороны  $BC$ . На стороне  $AD$  нашлась точка  $K$  такая, что  $BK = BM$  и четырёхугольник  $KBMD$  является вписанным.



1. Чему равна длина отрезка  $MD$ , если  $AD = 17$ ?

2. Сколько градусов составляет угол  $KMD$ , если  $\angle BAD = 46^\circ$ ?

1) 8; 5; 2) 48

5. Однажды зимой 43 ребёнка бросались снежками. Каждый из них бросил ровно один снежок в кого-то другого. Известно, что:

- первый бросил снежок в того, кто бросил снежок во второго,
- второй бросил снежок в того, кто бросил снежок в третьего,
- ...
- сорок третий бросил снежок в того, кто бросил снежок в первого.

Какой номер у того, кто бросил снежок в третьего?

24

6. Пару натуральных чисел  $(a, p)$  назовём *хорошей*, если число  $a^3 + p^3$  делится на  $a^2 - p^2$ , причём  $a > p$ .

1. Укажите любое возможное значение  $a$ , для которого пара  $(a, 13)$  — хорошая.
2. Найдите количество хороших пар, для которых  $p$  — простое число, меньше 20.

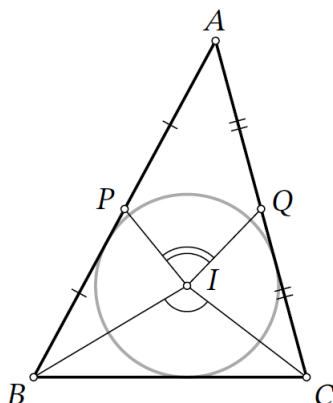
(1) Любое из 14, 26, 182; 2) 24

7. Карлсон за один приём пищи может съесть не более 5 кг варенья. Если он открывает новую банку варенья, то он обязан съесть её полностью за этот приём пищи. (Карлсон не будет открывать новую банку, если ему придётся съесть более 5 кг варенья вместе с только что съеденным.)

У Малыша есть несколько банок малинового варенья общей массой 50 кг, каждая из них весит не более 1 кг. За какое наименьшее количество приёмов пищи Карлсон гарантированно сможет съесть всё варенье?

12

8. Дан треугольник  $ABC$ . Пусть точка  $I$  — центр его вписанной окружности, а точки  $P$  и  $Q$  — середины сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно. Оказалось, что  $\angle PIQ + \angle BIC = 180^\circ$ . Найдите длину отрезка  $BC$ , если  $AB = 20$  и  $AC = 14$ .



34/3