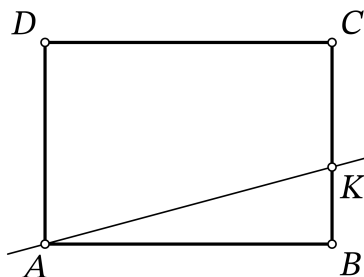


**Всероссийская олимпиада школьников по математике****8 класс, муниципальный этап, 2021/22 год**

1. Числа  $x$ ,  $y$ ,  $z$  таковы, что  $x \in [-3, 7]$ ,  $y \in [-2, 5]$ ,  $z \in [-5, 3]$ .

1. Найдите наименьшее возможное значение величины  $x^2 + y^2$ .
2. Найдите наименьшее возможное значение величины  $xyz - z^2$ .

2. Дан прямоугольник  $ABCD$ . Прямая, проходящая через вершину  $A$  и точку  $K$  на стороне  $BC$ , делит весь прямоугольник на две части, площадь одной из которых в 5 раз меньше площади другой. Найдите длину отрезка  $KC$ , если  $AD = 60$ .



3. В ряд лежат 127 шариков, каждый из которых либо красный, либо зелёный, либо синий. Известно, что

- есть хотя бы один красный, хотя бы один зелёный и хотя бы один синий шарик;
- слева от каждого синего шарика лежит красный шарик;
- справа от каждого зелёного шарика лежит красный шарик.

1. Какое наибольшее количество красных шариков может лежать в ряду?
2. Какое наименьшее количество красных шариков может лежать в ряду?

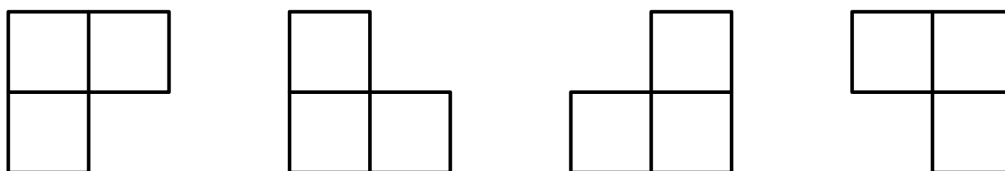
4. Ваня выписал в ряд без пропусков друг за другом все натуральные числа от 1 до  $N$  в следующем порядке:

$$1 \quad N \quad 2 \quad N-1 \quad 3 \quad N-2 \quad \dots$$

Например, при  $N = 5$  получилось бы 15243, а при  $N = 10$  получилось бы 11029384756. При каком наименьшем  $N$  в такой записи встретится последовательность цифр 301?

5. Клетчатый прямоугольник площади  $S$  таков, что:

- его целиком можно разрезать по линиям сетки на прямоугольники  $1 \times 13$ ;
- его целиком можно разрезать по линиям сетки на трёхклеточные уголки (примеры уголков изображены на рисунке ниже);
- не существует клетчатого прямоугольника меньшей площади, удовлетворяющего двум предыдущим условиям.



1. Найдите  $S$ .
2. Чему может быть равен периметр этого прямоугольника? Укажите все возможные варианты.

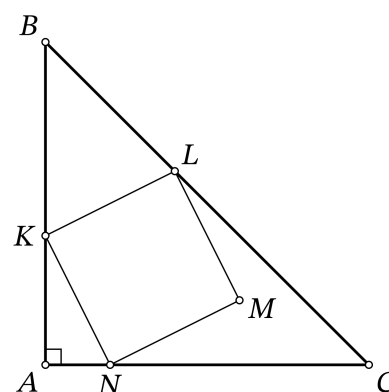
6. Числа  $13, 14, 15, \dots, 25$  покрашены в пять цветов: одно чёрное число, три красных, три синих, три жёлтых, три зелёных.

Известно, что:

- все четыре суммы трёх одноцветных чисел равны;
- число  $13$  — красное,  $15$  — жёлтое,  $23$  — синее.

1. Найдите чёрное число.
2. Найдите три зелёных числа.

7. Дан прямоугольный равнобедренный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $A$ . Квадрат  $KLMN$  расположен, как на рисунке: точки  $K, L, N$  лежат на сторонах  $AB, BC, AC$  соответственно, а точка  $M$  расположена внутри треугольника  $ABC$ . Найдите длину отрезка  $AC$ , если известно, что  $AK = 7, AN = 3$ .



8. В ряд встали 7 гномов: Весельчак, Ворчун, Простачок, Скромник, Соня, Умник и Чихун. На каждом из них кофта с первой буквой его имени и колпак. У некоторых из них сегодня плохое настроение, и они при любой просьбе делают всё наоборот (остальные гномы делают то, что их попросят).

Белоснежка попросила снять колпак тех, рядом с которыми стоит хотя бы один гном с плохим настроением. Получилось так, как изображено на следующем рисунке: колпак сняли все гномы.



Удивившись, Белоснежка переставила гномов, всем надела колпаки и повторила свою просьбу. Получилось так, как изображено на следующем рисунке: колпак снял только Простачок.



У кого из гномов сегодня плохое настроение?