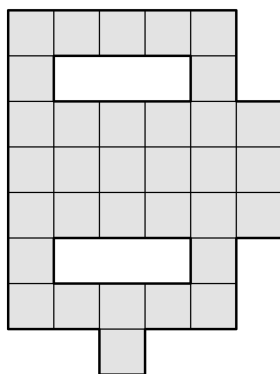


Всероссийская олимпиада школьников по математике

10 класс, муниципальный этап, 2020/21 год

1. На какое наименьшее число клетчатых прямоугольников можно разрезать фигуру на рисунке ниже? (Каждый прямоугольник должен состоять из одной или нескольких клеток фигуры.)



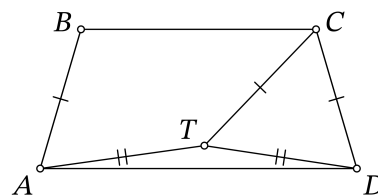
2. Сколько корней имеет уравнение

$$\overbrace{f(f(\dots f(x)\dots))}^{10 \text{ раз } f} + \frac{1}{2} = 0,$$

где $f(x) = |x| - 1$?

3. Антон выписал на доску три натуральных числа a , b и c . А Ира нарисовала на доске три прямоугольника $a \times b$, $a \times c$ и $b \times c$. Оказалось, что разность площадей какой-то пары прямоугольников равна 1, а разность площадей другой пары прямоугольников равна 49. Чему может быть равно $a + b + c$? Укажите все возможные варианты.

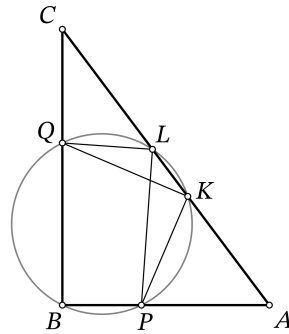
4. Равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями BC и AD такова, что $\angle ADC = 2\angle CAD = 82^\circ$. Внутри трапеции выбрана точка T так, что $CT = CD$, $AT = TD$. Найдите $\angle TCD$. Ответ дайте в градусах.



5. Целые числа a и b таковы, что у квадратных трёхчленов $x^2 + ax + b$ и $x^2 + bx + 1100$ есть общий корень, являющийся простым числом. Найдите a . Укажите все возможные варианты.

6. На острове живут два племени: рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Однажды 80 человек сели за круглый стол, и каждый из них заявил: «Среди 11 человек, сидящих следом за мной по часовой стрелке, есть хотя бы 9 лжецов». Сколько рыцарей сидит за круглым столом? Укажите все возможные варианты.

7. Дан прямоугольный треугольник ABC с катетами $AB = 42$ и $BC = 56$. Окружность, проходящая через точку B , пересекает сторону AB в точке P , сторону BC — в точке Q , а сторону AC — в точках K и L . Известно, что $PK = KQ$ и $QL : PL = 3 : 4$. Найдите PQ^2 .



8. Два разбойника украли 300 золотых монет. Они решили поделить их следующим образом: первый разбойник кладёт в мешочек несколько монет (возможно, все), а второй разбойник выбирает, кому этот мешочек достанется; затем это действие повторяется ещё несколько раз. Делёж заканчивается, когда

- либо все деньги кончились,
- либо кому-нибудь досталось 11 мешочков — в этом случае все остальные деньги сразу же достаются другому разбойнику.

Какое наибольшее количество монет может гарантированно получить первый разбойник?