

Всероссийская олимпиада школьников по математике**11 класс, муниципальный этап, 2019/20 год**

1. Можно ли из всех прямоугольников размерами $1 \times 1, 1 \times 3, 1 \times 5, \dots, 1 \times 2019$, взятых по одному разу, сложить прямоугольник, каждая сторона которого больше 1?
2. В треугольной пирамиде $SABC$ боковое ребро SA перпендикулярно основанию ABC . Известно, что биссектрисы плоских углов BAC и BSC пересекаются. Докажите, что углы ABC и ACB равны.
3. Решите уравнение: $|\sin x - \sin y| + \sin x \cdot \sin y = 0$.
4. Какое наименьшее количество клеток нужно отметить на доске размером 8×9 так, чтобы среди любых пяти подряд идущих клеток по горизонтали, вертикали или диагонали была отмеченная клетка?
5. При каких натуральных n существуют натуральные a и b такие, что $n! = 2^a + 2^b$?
6. В треугольнике ABC построена точка D , симметричная центру I вписанной окружности относительно центра O описанной окружности. Докажите, что $AD^2 = 4R^2 - AB \cdot AC$, где R — радиус описанной окружности треугольника ABC .