

Всероссийская олимпиада школьников по математике

10 класс, школьный этап, 2018/19 год

1. Разрежьте правильный пятиугольник на пять равных треугольников и один правильный пятиугольник меньшего размера.

2. Вычислите:

$$\left(\frac{1+2}{3} + \frac{4+5}{6} + \frac{7+8}{9} + \dots + \frac{2017+2018}{2019} \right) + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{673} \right).$$

9141

3. Числа от 1 до 50 написаны на карточках. Можно ли разложить эти карточки в 11 мешков (чтобы в каждый мешок попала хотя бы одна карточка) так, чтобы в каждом мешке произведение чисел на карточках делилось на 9?

4. Квадрат $ABCD$ вписан в окружность ω . На меньшей дуге CD окружности ω выбрана произвольная точка M . Внутри квадрата отмечены такие точки K и L , что $KLMD$ — квадрат. Найдите $\angle AKD$.

1350

5. Дано положительное число a . Известно, что уравнение $x^3 + 1 = ax$ имеет ровно два положительных корня, и отношение большего из них к меньшему равно 2018. Уравнение $x^3 + 1 = ax^2$ также имеет ровно два положительных корня. Докажите, что отношение большего из них к меньшему также равно 2018.

6. Пятачок и Винни-Пух решили съесть квадратную шоколадку 7×7 . Они поочерёдно по клеточкам выедают из неё кусочки: Пятачок — 1×1 , Винни-Пух — 2×1 или 1×2 (кусочки можно выесть не обязательно с краю). Первый ход делает Пятачок. Если перед ходом Винни-Пуха в шоколадке не осталось ни одного кусочка 2×1 или 1×2 , то вся оставшаяся шоколадка достаётся Пятачку. Кто из друзей сможет съесть больше половины всей шоколадки вне зависимости от действий второго?