

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

Отборочный этап, 11 класс, 2025 год, вариант 1

1. Одновременно из пункта A в пункт B отправляется автомобиль со скоростью 80 км/ч, а из пункта B в пункт C — поезд со скоростью 50 км/ч. Через 7 часов после начала движения они оказались на наименьшем расстоянии друг от друга. Найдите расстояние между пунктами, если все три пункта равноотстоят друг от друга и связаны прямолинейными дорогами.

км 098

2. Решите уравнение

$$2 \log_2 \left[\frac{x}{3} \right] = 2 + \log_2(x - 8).$$

Здесь $[x]$ — целая часть числа x , т. е. $[x] \in \mathbb{Z}$ и

$$[x] \leq x < [x] + 1.$$

В ответ запишите сумму всех полученных значений x .

74,5

3. Найдите сумму целых чисел, которые принадлежат множеству значений функции

$$f(x) = \log_2(15 \cos 2x + 17)$$

при

$$x \in \left[\frac{5}{3} \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{7} \right) \cos(\pi + \arcsin(-0,8)); \operatorname{arctg} 2 \right].$$

Е_f = [3; 5], сумма целых чисел равна 12

4. Сколькими способами Аня, Боря, Вова, Гена и Даша могут занять места в ряду из 10 сидений, чтобы Аня и Боря не оказались соседями?

24192

5. Найдите вторую цифру после запятой в десятичной записи $(1 + \sqrt{3})^{24}$.

6

6. Какую наименьшую длину может иметь отрезок AB , если точка A принадлежит кривой

$$y^2 x^6 - 729 = 8y x^6 - 16x^6,$$

а точка B — множеству решений уравнения

$$|x| + |y - 4| = 3?$$

В ответ запишите квадрат найденной наименьшей длины.

0,5

7. Площадь трапеции равна 24. Найдите длину отрезка, соединяющего середины оснований трапеции, если диагонали трапеции равны 6 и 10.

4

8. Решите уравнение с параметром. В ответе укажите наибольшее значение параметра, при котором существует решение уравнения:

$$6 - \frac{1}{\operatorname{tg}^2(\operatorname{arctg} x)} + 2 \cos(\arcsin x) + p = 0.$$

5

9. Основанием четырёхугольной пирамиды $SABCD$ является параллелограмм $ABCD$, площадь которого равна $52\sqrt{3}$, а диагональ $BD = 13\sqrt{2}$. Высотой пирамиды $SABCD$ является отрезок SO , где O — точка пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$. Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью, параллельной диагонали основания BD и проходящей через середину ребра SC и точку N , лежащую на боковом ребре пирамиды SD , причём $SN = 2DN$, если расстояние от точки B до плоскости сечения равно $\sqrt{6}$.

52