

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

Отборочный этап, 10 класс, 2025 год, вариант 1

1. При каком значении параметра a наибольшее значение на $[0; 1]$ функции

$$y = |-2x^2 + x + a|$$

является наименьшим.

0,4375

2. Два тела движутся по окружности в одном направлении и встречаются каждые 3 минуты. Если эти тела начнут двигаться в противоположных направлениях с этими же скоростями, то будут встречаться каждые 36 секунд. За сколько секунд проходит окружность тело, имеющее меньшую скорость?

06

3. Угол, образованный биссектрисами внешних углов при вершинах B и C треугольника ABC , равен 80° . Найдите угол BAC .

20

4. Решите уравнение

$$x^3 - 13x^2 + 39x + m = 0,$$

зная, что оно имеет три различных корня и его корни образуют возрастающую геометрическую прогрессию. В ответе укажите сумму значения m и всех трёх его корней.

-14

5. Раствор кислоты содержит воды на 8 граммов меньше, чем кислоты. Если в этот раствор добавить концентрированную кислоту, которая составит изначальной массы кислоты в растворе, то новый раствор содержал бы 80% концентрированной кислоты. Найдите начальную концентрацию кислоты в растворе. Ответ дайте в процентах.

02

6. Изобразите на плоскости в декартовой системе координат множество точек $(x; y)$, удовлетворяющих системе условий

$$\begin{cases} |x + 2y| < |2x + 3y|, \\ x^2 - 2x + 4 + y^2 - 2y \leq 6. \end{cases}$$

Определите количество и найдите координаты всех точек с целочисленными координатами (обоими), принадлежащих множеству-ответу. В ответе укажите сумму всех абсцисс найденных точек, умноженную на их количество.

081

7. Правильный треугольник вписан в окружность радиуса $R = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{2}+1}}$. Точка P , отличная от вершин треугольника, расположена на окружности. Найдите сумму расстояний от точки P до двух ближайших вершин вписанного треугольника, если известно, что хорда, соединяющая эту точку с третьей вершиной треугольника, образует угол $\alpha = 22,5^\circ$ с диаметром, проведённым из третьей вершины.

2

8. При каких значениях параметра a множество решений неравенства

$$x^2 - x(a^2 + a + 1) + a^3 + a^2 \leq 0$$

содержит ровно четыре целых значения x ? В ответе укажите число, вычисляемое по следующему правилу: 1) находится сумма квадратов всех чисел, находящихся на концах полученных отрезков, интервалов и полуинтервалов; 2) к полученному результату прибавляется столько единиц, сколько квадратных скобок содержит полученное множество значений параметра.

17

9. Для некоторого простого числа p рассматривается числовая последовательность $x_1; x_2; x_3; \dots$, где x_n равно остатку от деления p^{n+2} на 24. Найдите разность $x_{2024} - x_{2018}$.

0