

## Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

9 класс, 2025 год

1. Решить неравенство:

$$11 - \frac{12}{\sqrt{x^2 - 4x + 13}} \leq \frac{7}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}.$$

2

2. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  высоты  $AH_1$  и  $BH_2$  пересекаются в точке  $H$ . Окружность  $\omega$ , описанная около треугольника  $AH_1H_2$ , пересекает сторону  $BC$  в точке  $N$ . Известно, что  $BN = 12$ ,  $CN = 4$ . Найти радиус окружности  $\omega$ .

$\frac{91}{32\sqrt{13}}$
--------------------------

3. Населённые пункты  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  находятся на берегу реки, причём  $A$  и  $D$  — вниз по течению реки, а  $B$  — вверх по течению реки относительно пункта  $C$ . Пункты  $A$  и  $B$  находятся на одинаковом расстоянии 10 км по реке от пункта  $C$ , а расстояние между пунктами  $C$  и  $D$  по реке равно 105 км. Первый корабль отправляется из  $B$  в сторону  $C$ , а через 6 минут после этого второй корабль отправляется из  $B$  в  $C$  и одновременно с ним 3-й отправляется из  $A$  в  $C$ . В пункт  $C$  все 3 корабля приплывают одновременно, после чего одновременно все три корабля отправляются в пункт  $D$ . 3-й корабль, доплыв до пункта  $D$ , сразу разворачивается и отправляется назад. На обратном пути 3-й корабль встречает второй в 15 км от пункта  $D$ , а первый — в 25 км от  $D$ . Найдите скорость течения реки и собственные скорости всех трёх кораблей.

$v_1 = 15 \text{ км/ч}; v_2 = 20 \text{ км/ч}; v_3 = 30 \text{ км/ч}; v_4 = 25 \text{ км/ч}; v_5 = 15 \text{ км/ч}$
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

4. При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$(x + \sqrt{x^2})(x - 3) + 2|x + 2| - a = 1$$

имеет ровно три различных корня?

31

5. Последовательность величин сторон в остроугольном треугольнике образует арифметическую прогрессию. Пусть  $M$ ,  $I$  — точки пересечения его медиан и биссектрис, соответственно. Найдите косинус его большего угла, если длина отрезка  $MI$  в 10 раз меньше одной из сторон данного треугольника.

$\frac{0\pi}{1}$
------------------

6. Иллюминатор представляет собой однокамерный стеклопакет (два однородных одинаковых стекла). Определите, какой процент света пропускает одно стекло, если известно, что внутрь корабля стеклопакет пропускает треть попадающего на него света, а остальное отражается (без потерь).

30%
-----