

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

Отборочный этап, 9 класс, 2024 год, вариант 2

1. Решите неравенство:

$$\sqrt{18x - 1} - \sqrt{4x^2 + 11x - 3} \geq 4x^2 - 7x - 2.$$

[2:1]

2. В треугольнике MNK на стороне MN взята точка P так, что $MP : PN = 2 : 3$, а на стороне NK отмечена точка Q так, что $NQ : QK = 5 : 4$. Прямые KP , MQ пересекаются в точке O . Найти площадь треугольника KOQ , если известно, что площадь треугольника MOP равна 12.

16 кв. ед.

3. Группе путешественников, состоящей из Наташи, Юрия, Игоря Константиновича и Татьяны Олеговны, необходимо преодолеть сложный горный участок повышенной опасности. По технике безопасности на этом участке пути нужно обязательно находиться в каске. Но на всю группу имеются только две каски. Если этот участок пути переходят два человека, то они идут со скоростью того, кто идёт медленнее. Известно, что Юрий преодолевает участок за 4 минуты, Наташа — за 8 минут, Игорь Константинович — за 18 минут и Татьяна Олеговна — за 24 минуты. За какое наименьшее время данная группа путешественников может преодолеть горный участок при данных условиях. Алгоритм перехода опишите. Ответ обоснуйте.

52 минуты

4. При каких значениях параметра a уравнение

$$(x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 8) \cdot (x + 16) = ax^2$$

имеет ровно два различных решения.

$\{0, 18\} \cap \{\frac{1}{64} - \frac{1}{49}\}$

5. Последовательность величин углов при вершинах A , B , C в остроугольном треугольнике ABC образует в данном порядке возрастающую арифметическую прогрессию. Пусть D , E — точки пересечения его высот и биссектрис, соответственно. Последовательность величин углов при вершинах B , D , E в остроугольном треугольнике BDE образует в данном порядке возрастающую арифметическую прогрессию. Найдите градусную величину угла C в треугольнике ABC .

08

6. На конкурсе проектов участвовало 12 команд. Жюри, в состав которого входили председатель и ещё M человек, оценивали эти проекты и присуждали им места с 1 по 12 по своему усмотрению, но каждый по следующему принципу. Сначала проекту присуждал место председатель, а затем каждый из членов жюри мог присудить такое место этому проекту в своём списке, которое отличается от мест других членов и председателя не более чем на три. Победителем признаётся проект, у которого наименьшая сумма мест, поставленная каждым из членов жюри, включая председателя. Если наименьшая сумма мест у двух или более участников, то победитель определяется особым порядком. Известно, что победитель набрал наибольшую из возможных сумм — 23, а особый порядок присуждения первого места не понадобился. Чему равно M ?

8