

## Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

## Отборочный этап, 9 класс, 2024 год, вариант 1

1. Решите неравенство:

$$\sqrt{3x+2} - \sqrt{2x^2+x-1} \geq 2x^2 - 2x - 3.$$

$$\left[ \frac{2}{2\sqrt{+1}}; \frac{2}{1} \right]$$

2. В треугольнике  $MNK$  на стороне  $MN$  взята точка  $P$  так, что  $MP : PN = 2 : 3$ , а на стороне  $NK$  отмечена точка  $Q$  так, что  $NQ : QK = 4 : 5$ . Прямые  $KP$ ,  $MQ$  пересекаются в точке  $O$ . Найти площадь треугольника  $KOQ$ , если известно, что площадь треугольника  $MOP$  равна 48.

$$125 \text{ кв. ед.}$$

3. Туристической группе из четырёх человек (Риты, Виктора, Ангелины Павловны и Валерия Сергеевича) нужно преодолеть сложную переправу. По технике безопасности на переправе нужно обязательно находиться в каске. Но на всю группу имеются только две каски. Если переправу переходят два человека, то они двигаются со скоростью того, кто идёт медленнее. Известно, что Виктор преодолевает переправу за 3 минуты, Рита — за 5 минут, Валерий Сергеевич за — 10 минут, а Ангелина Павловна — за 15 минут. За какое наименьшее время данная туристическая группа может преодолеть переправу при данных условиях. Алгоритм перехода опишите. Ответ обоснуйте.

$$33 \text{ минуты}$$

4. При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$(x+2) \cdot (x+4) \cdot (x+9) \cdot (x+18) = ax^2$$

имеет ровно два различных решения.

$$(008;8) \cap \left\{ \frac{1}{64} - \right\}$$

5. Последовательность величин углов при вершинах  $A$ ,  $B$ ,  $C$  в остроугольном треугольнике  $ABC$  образует в данном порядке возрастающую арифметическую прогрессию. Пусть  $D$ ,  $E$  — точки пересечения его высот и биссектрис, соответственно. Величины углов при вершинах в треугольнике  $BDE$  образует в некотором порядке возрастающую арифметическую прогрессию. Найдите градусную величину угла  $A$  в треугольнике  $ABC$ .

$$40^\circ$$

**6.** На конкурсе проектов участвовало 10 команд. Жюри, в состав которого входили председатель и ещё 7 человек, оценивали эти проекты и присуждали им места с 1 по 10 по своему усмотрению каждый по следующему принципу. Сначала проекту присуждал место председатель, а затем каждый из членов жюри мог присудить такое место этому проекту в своём списке, которое отличается от мест других членов и председателя не более, чем на три. Победителем признаётся проект, у которого наименьшая сумма мест, поставленная каждым из восьми членов жюри, включая председателя. Если наименьшая сумма мест у двух или более участников, то победитель определяется особым порядком. Известно, что победитель набрал наибольшую из возможных сумм, а особый порядок присуждения первого места не понадобился. Какая сумма мест была у победителя?

20