

## Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

## Отборочный этап, 8 класс, 2024 год, вариант 2

1. Найдите значение выражения:

$$2 - 2a^2 - \frac{a^8 + a^4 - 2a^2 + 6}{a^4 + 2a^2 + 3}$$

при  $a = 3$ .

18-

2. Моторная лодка прошла против течения реки 54 км и вернулась обратно. На обратном пути она затратила на 3 ч меньше, чем на путь туда. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 1,5 км/ч.

22

3. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы при вершинах  $B$ ,  $C$  и  $D$  равны  $30^\circ$ ,  $90^\circ$  и  $120^\circ$  соответственно. Найдите длину отрезка  $AB$ , если  $AD = CD = 2$ .

9

4. Женя и Дима играли в бильярд. У них было 10 шаров — 7 однотонных и 3 полосатых. После окончания партии выяснилось, что они забили все шары, причём все полосатые шары были забиты по очереди, один за одним (однотонные шары между ними не забивались). Сколькими способами ребята могли это сделать?

241920

5. В прямоугольнике  $KLMN$  точка  $P$  является серединой стороны  $LM$ . На стороне  $KL$  взяли точку  $R$  так, что угол  $NPR$  прямой. Найдите длину отрезка  $KR$ , если  $NR = 7$ ,  $RL = 3$ . Если ответом является дробь, округлите её с точностью до десятых.

1

6. Имеются два слитка золота с серебром, причём первый слиток весит 50 г. Процентное содержание золота в первом слитке в 2,5 раза больше, чем процентное содержание золота во втором слитке. Если сплавить оба слитка вместе, то получится слиток, в котором будет 40% золота. Какова масса второго слитка, если известно, что при сплаве равных по массе частей первого и второго слитков получается слиток, содержащий 35% золота.

25

7. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $f(x) = p(x)$  имеет одно решение, если

$$f(x) = \left| \frac{x^3 - 7x - 6}{x^2 + 3x + 2} \right|, \quad p(x) = \left| \frac{a^2 + ax - a - 2x^2 + x}{a - x} \right|.$$

Если значений параметра больше одного, то в ответе укажите их сумму.

12

8. В прямоугольнике  $ABCD$   $AB : AD = 1 : 3$ . Точка  $K$  принадлежит  $AD$  и делит её в отношении  $2 : 1$ , считая от точки  $A$ . Найдите сумму  $\angle AKB$  и  $\angle ADB$  в градусах.

45

9. Решите уравнение

$$a^3 - b^3 = 19$$

в натуральных числах. В ответе укажите наибольшее возможное значение

$$327a + 300b.$$

1881