

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

Отборочный этап, 8 класс, 2024 год, вариант 1

1. Насколько сумма

$$3^2 + 6^2 + 9^2 + 12^2 + 15^2 + \dots + 99^2 + 102^2$$

больше суммы

$$1^2 + 4^2 + 7^2 + 10^2 + 13^2 + \dots + 97^2 + 100^2?$$

1002

2. Из городов А и В навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в город В на 2 часа раньше, чем велосипедист приехал в город А, а встретились они через 25 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из города В в город А велосипедист?

2,5

3. В прямоугольном треугольнике ABC с гипотенузой AC угол A равен 30° и катет AB равен 15 см. Точка D — середина AC . Через D проведена прямая, перпендикулярная к гипотенузе, пересекающая AB в точке E . Найдите DE . Ответ дайте в сантиметрах.

5

4. В лотерейном билете 8 клеточек. В каждую можно поставить любое число от 1 до 8. Клеточка считается заполненной успешно, если ваше число совпало с числом, стоящим на этом месте в выигрышном номере (он единственный и фиксированный, вы его не знаете). Сколько есть способов заполнить лотерейный билет так, чтобы ровно 5 клеточек из 8 были заполнены успешно?

19261

5. В прямоугольном треугольнике ABC на катетах AC и BC взяты точки P и Q соответственно так, что $\angle PBC = \angle ABC/3$ и $\angle QAC = \angle BAC/3$. Отрезки AQ и BP пересекаются в точке T . Найдите TP , если $TQ = 7$ см.

7

6. Имеются два сплава, состоящие из меди, цинка и олова. Известно, что I сплав содержит 40% олова, а второй — 26% меди. Процентное содержание цинка в I и II сплавах одинаковое. Сплавив 150 кг первого сплава и 250 кг второго, получили новый сплав, в котором оказалось 30% олова. Определите, сколько килограммов меди содержится в новом сплаве.

08

7. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\left(\left| \frac{ax^2 - ax - 12a - x^2 + x + 12}{ax + 3a - x - 3} \right| - a \right) \cdot |4a + 3x - 19| = 0$$

имеет одно решение. В ответе запишите наибольшее значение параметра a .

2

8. В треугольнике ABC угол C прямой, а угол A равен 74° , точка N является серединой стороны AB . Через точку N проведена прямая, параллельная стороне AC . Биссектриса угла CAB пересекает эту прямую в точке P . Найдите величину угла CBP .

28

9. Сколько решений в целых числах имеет уравнение

$$2x^2 + 6xy + 5y^2 = 65?$$

91