

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

Отборочный этап, 10 класс, 2024 год, вариант 1

1. Вычислите $x + 2y^2 - z^2$, где x, y, z — числа, удовлетворяющие соотношению:

$$x\sqrt{2-x^2} + y\sqrt{1-y^2} + z\sqrt{4-z^2} = 3,5.$$

0

2. Алексей, Виктор и Сергей состязались в беге на 100 м. Когда Алексей финишировал, Виктор отставал от него на 10 м. Когда Виктор завершил дистанцию, Сергей отставал от него на 10 метров. На сколько Сергей отставал от Алексея, когда Алексей закончил бег. (Движение считается равномерным. Все трое стартовали одновременно).

61

3. В равнобедренном треугольнике с основанием 34 и боковой стороной 49 проведена средняя линия, параллельная основанию. Найдите длину отрезка этой средней линии, заключённого внутри вписанной в треугольник окружности.

8

4. Найдите сумму всех натуральных трёхзначных чисел, не делящихся на 7, и имеющих последней цифрой 3.

42131

5. Сплав из золота и серебра массой 13 кг 850 г при полном погружении в воду вытеснил 900 г воды. Определите массу золота в этом сплаве, если известно, что плотность золота равна $19,3 \text{ кг/дм}^3$, плотность серебра $10,5 \text{ кг/дм}^3$, а плотность воды — 1 кг/дм^3 .

99,6

6. Нечётная функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для каждого неотрицательного значения аргумента x значение этой функции на 16 меньше, чем значение функции

$$g(x) = (x^2 + x - 4)^2.$$

Найдите число корней уравнения $f(x) = 0$.

3

7. На окружности последовательно в указанном порядке расположены четыре точки A, B, C, D (хорды AC и BD пересекаются). Точки P, S, T — середины хорд AB, BC и CD соответственно, $\angle BPS = 20^\circ$. Найти величину $\angle STD$ в градусах.

091

8. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множеством решений неравенства

$$\frac{x^2 + (a + 1)x + a}{x^2 + 5x + 4} \geq 0$$

является объединение трёх непересекающихся интервалов. В ответе укажите сумму трёх наименьших целых значений a из полученного интервала.

6

9. Вычислив число 8^{2021} , подсчитали сумму цифр в этом и записали полученный результат. Затем в новом записанном числе подсчитали сумму цифр и снова записали результат. Эти действия повторяли до тех пор, пока не получили однозначное число. Найдите это число.

8