

## Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

## Отборочный этап, 9 класс, 2023 год

1. Тест состоит из вопросов с 4 вариантами ответа, только один ответ на каждый вопрос — правильный. С вероятностью  $2/3$  Илья знает правильный ответ на вопрос, в противном случае он отмечает случайный вариант ответа. Если на какой-то вопрос Илья дал верный ответ, с какой вероятностью ответ на этот вопрос он отгадал? (Ответ округлите до сотых.)

6/1

2. Найти наибольшие значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$(|x - 2| + 2a)^2 - 3(|x - 2| + 2a) + 4a(3 - 4a) = 0$$

имеет три решения. В ответе укажите наибольшее из них.

9/0 = v

3. В прямоугольный треугольник  $ABC$  вписана окружность, касающаяся его сторон в точках  $P$ ,  $Q$  и  $R$ . Найдите площадь треугольника  $PQR$ , если длины катетов треугольника  $ABC$  равны 3 и 4.

7/1

4. Определите какое наименьшее значение может принимать НОК четырёх натуральных чисел, если их сумма равна 2023.

879

5. Из бутылки, наполненной 12%-ным раствором соли, отлили 1 л и долили бутылку водой, затем отлили ещё 1 л и опять долили водой. В бутылке оказался 3%-ный раствор соли. Какова вместимость бутылки?

11/2

6. Через точку  $O$  пересечения биссектрис треугольника  $ABC$ , провели прямую  $KM$  параллельно стороне  $AC$  ( $K$  лежит на  $AB$ ,  $M$  лежит на  $BC$ ). Найдите длину отрезка  $KM$ , если площадь четырёхугольника  $AKMC$  составляет  $11/36$  площади треугольника  $ABC$ , а разность периметров треугольников  $ABC$  и  $KBM$  равна 18.

9/1

7. Решить уравнение

$$a^2 + 2 = b!$$

при условии, что  $a, b$  принадлежит  $\mathbb{N}$ . В ответе указать сумму произведения всех возможных  $a$  и произведения всех возможных  $b$  (если уравнение не имеет решений, в ответе укажите 0, если бесконечно много решений, укажите 1000).

9 = 9 + 2 = 9 + v

8. Найдите пару натуральных чисел  $x$  и  $a$ , удовлетворяющих условию

$$x^2 + 2x + 21 = a^2.$$

В ответ выпишите их сумму.

6

9. Известно, что арифметическая прогрессия состоит из целых чисел, разность прогрессии равна 7 и сумма первых нескольких членов прогрессии равна 2744. Найдите все возможные значения первого члена прогрессии. В ответ запишите их сумму.

−20372