

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

9 класс, 2021 год, вариант 1

1. Решите неравенство:

$$|x^3 + 5x^2 - 3x + 8| \geq |x^2 - 6x + 8| + |x^3 + 4x^2 + 3x|.$$

2. Точки E и K — соответственно середины сторон CD и AD квадрата $ABCD$. Прямая BE пересекается с прямой CK в точке O . Найти AO , если сторона квадрата равна 1.

3. Сотрудник химической лаборатории взял бутылку, содержащую чистый спирт, отлил из неё четверть жидкости, добавил такой же объём воды, затем опять отлил четверть жидкости и опять добавил четверть объёма воды. Эту операцию он повторил n раз. При каком наименьшем значении n процентное содержание спирта в бутылке станет меньше 24%?

4. При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} 2x + ay = a + 3, \\ (a + 2)x + 2ay = 6a - 2 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений?

5. В острый угол вписали 1-ю окружность радиуса 2020 мм, затем вписали 2-ю окружность меньшего радиуса так, что она касается предыдущей, после вписали в угол третью окружность так, что она касается второй, и т. д. Укажите номер окружности наибольшего радиуса среди тех, у которых радиус меньше 1 мм, если косинус данного угла равен $7/9$.

6. *Игра в кости.* При броске шести попарно различных разноцветных кубиков выпадает сумма в 28 очков. Сколько возможно различных вариантов с такой суммой?