

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

9 класс, 2020 год, вариант 2

1. Решить неравенство:

$$\frac{|3x^2 + 8x - 3| + |3x^4 + 2x^3 - 10x^2 + 30x - 9|}{|x - 2| - 2x - 1} \leq 0.$$

2. Биссектрисы тупых углов при основании трапеции пересекаются на другом её основании. Найдите площадь трапеции, если её высота равна 12 см, а длины биссектрис — 15 см и 13 см.

3. Два повара для приготовления вишнёвого варенья смешали вишню и сахар, первый положил на две части вишни одну часть сахара, второй — на три части вишни две части сахара. Сколько килограммов каждой смеси нужно взять, чтобы получить 1,9 килограммов смеси, в которой на двенадцать частей вишни приходится семь частей сахара?

4. Определите количество решений уравнения

$$a(x + |x| - 2) = x^2 + 4x - 5$$

в зависимости от значений параметра a .

5. Окружность проходит через вершины A и C равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) и пересекает стороны AB и BC в точках M и N , соответственно. MK , хорда этой окружности, равная по длине $2\sqrt{5}$, содержит точку H , лежащую на AC и являющуюся основанием высоты треугольника ABC . Прямая, проходящая через точку C и перпендикулярная BC , пересекает прямую MN в точке L . Найти радиус окружности, описанной около треугольника MKL , если $\cos \angle ABK = \frac{2}{3}$.

6. Существует ли натуральное число, квадрат которого равен сумме пяти попарно различных квадратов целых чисел, таких, что среди них есть число 7^2 ?