

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике**8 класс, 2020 год, вариант 1**

1. Творческий конкурс в институт состоял из четырех заданий. Всего абитуриентов было 70 человек. Первое испытание успешно выдержали 35, второе 48, третье 64, четвертое 63 человека, при этом все 4 задания не выполнил никто. Прошедших и третье, и четвертое испытания зачислили в институт. Сколько было зачисленных?

2. Пусть $f(x) = x^2 - 5x + 2020$. Решите уравнение $f(3 - x) = f(3x - 1)$.

3. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $AB = 10$, $CD = 15$. Диагонали AC и BD пересекаются в точке O , $AC = 20$, треугольники AOD и BOC имеют равные площади. Найдите AO .

4. При каких значениях параметра a уравнение

$$\left| \frac{-4x^4 - (6a + 10)x^3 + (16 - 4a)x^2 - (6a^2 - 14a - 40)x}{(4 - x^2 - a)(3a + 2x + 5)} \right| = \sqrt{a^2 - 2a + 1}$$

имеет одно решение?

5. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $\angle B = \angle D = 90^\circ$, диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны, а диагональ AC является биссектрисой углов A и C . Найдите углы A и C , если $AC = 2BD$. Ответ дайте в градусах.

6. Даны 10 натуральных чисел, сумма любых четырёх из них чётна. Может ли произведение всех десяти чисел оканчиваться на 1580? Ответ обоснуйте.