

## Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

## 9 класс, 2019 год, вариант 3

1. Павел поймал 32 рака и решил их продать на рынке. Когда у него купили часть улова, то оказалось, что покупатель заплатил за каждого на 4,5 рубля меньше, чем то количество раков, которое осталось лежать на прилавке. При этом мальчик заработал наибольшую сумму денег из всех возможных. Сколько денег заработал Павел? Сколько раков он продал?

2. Найдите промежуток изменения коэффициента подобия треугольников с длинами сторон  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и  $y$ ,  $z$ ,  $p$ . В ответе укажите ближайшие друг к другу целые числа, между которыми находится найденный промежуток.

3. Решите неравенство:

$$\frac{2|2x - 1| + 2}{3} + \frac{6}{1 + |2x - 1|} \leq 4 - \sqrt{16x^4 - 8x^2 + 1}.$$

4. Найти все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$(x^2 + (2a - 1)x - 4a - 2) \cdot (x^2 + x + a) = 0$$

имеет три различных корня.

5. В остроугольном треугольнике  $ABC$  на стороне  $BC$  выбирается точка  $D$  так, что  $CD : DB = 2 : 1$ , а на отрезке  $AD$  — точка  $K$ , при этом  $AK = CD + DK$ . Через точку  $K$  и вершину  $B$  проводится прямая, которая пересекает сторону  $AC$  в точке  $E$ . Треугольник  $AEK$  — равнобедренный ( $AE = EK$ ). Найдите величину угла  $ADC$  в градусах.

6. Каждая из двух корзин содержит белые и черные шары, причем общее число шаров в обеих корзинах равно 25. Из каждой корзины наугад вынимают по одному шару. Известно, что вероятность того, что оба вынутых шара окажутся белыми, равна 0,54. Найти вероятность того, что оба вынутых шара окажутся черными.