

Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

10 класс, 2018 год, вариант 2

1. Вычислите $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x$, если $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = -3$.

2. Решить неравенство:

$$\frac{15(x+1)^4}{x(x^2+1)} \geq 128.$$

3. Решите уравнение: $\sqrt[4]{514-x} + \sqrt[4]{192+x} = 8$.

4. По кругу, на котором расположены точки с номерами от 1 до 2018, начиная с первой точки, движется аппарат и стирает каждую вторую точку по ходу пока не останется одна. Какой на ней будет номер? (Сначала стирается точка с номером 2, затем с номером 4 и т. д.).

5. Из пункта А в пункт В в 9-00 утра выезжает автобус. В этот же момент из В в А выезжают грузовик и трактор, причём скорость грузовика в два раза больше скорости трактора. Автобус прибывает в В тот же день в 14 часов 50 минут, при этом он встречает грузовик не ранее 11 часов 30 минут утра. Определите время прибытия трактора в пункт А, если между моментами встреч автобуса с грузовиком и автобуса с трактором проходит не менее одного часа.

6. Можно ли разбить числа 1, 2, 3, ..., 99, 100 на три группы так, чтобы сумма чисел в одной группе делилась на 102, сумма чисел в другой группе делилась на 203, а сумма чисел в третьей группе делилась на 304?

7. Найти все значения параметра a , при которых уравнение

$$(a+2)x^2 + (|a+3| - |a+11|)x + a = 4$$

имеет два различных положительных корня.

8. В треугольнике ABC с основанием $AC = 14$ и боковыми сторонами $AB = 13$ и $BC = 15$ из центра вписанной окружности строится ломаная линия из трех звеньев так, что конечная ее точка — центр описанной около ABC окружности, а еще две точки M и K лежат на боковых сторонах треугольника ABC . Найдите площадь треугольника MVK , если длина этой ломаной линии наименьшая.