

## Олимпиада «Шаг в будущее» по математике

10 класс, 2017 год

1. Вычислить  $x^3 + 3x$ , где  $x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}}}$ .

2. На автобазе имеется в наличии 5 красных, 6 синих и 5 желтых автобусов. Случайным образом составляется колонна из 7 автобусов. Какова вероятность, что первым в колонне будет красный автобус, а среди остальных нет красных, но зато ровно 4 синих?

3. Найти сумму квадратов корней уравнения:

$$(x^2 + 4x)^2 - 2016(x^2 + 4x) + 2017 = 0.$$

4. На окружности с равными интервалами расположены 5 точек  $A, B, C, D$  и  $E$ . Даны два вектора  $\overrightarrow{DA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$ . Выразите вектор  $\overrightarrow{EC}$  через  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

5. Найти все значения параметров  $a, b$  и  $c$ , при которых множество действительных корней уравнения  $x^5 + 4x^4 + ax^2 = bx + 4c$  состоит ровно из двух чисел 2 и  $-2$ .

6. В прямоугольном треугольнике  $ABC$ :  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 6$ ,  $BC = 4$ . На прямой  $BC$  отмечается такая точка  $D$  ( $CD > BD$ ), что  $\angle ADC = 45^\circ$ . На прямой  $AD$  отмечается такая точка  $E$ , что периметр треугольника  $CBE$  — наименьший из возможных. Затем, на прямой  $DC$  отмечается такая точка  $F$ , что периметр треугольника  $AFE$  — наименьший из возможных. Найти  $CF$ .