

## Олимпиада САММАТ

9 класс, 2024 год

1. Сравните значения выражений в зависимости от параметра  $t$  ( $t \in \mathbb{R}$ ):

$$\sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \dots + \sqrt{30 + \frac{1}{t^2 + 4t + \frac{163}{39}}}}} \quad \text{и} \quad \sqrt{37 \left(1 + \frac{|t|}{1+t^2}\right)}.$$

7 хвиняньне хчюлог илп виняежнея вьражоня вьного я виняежне эшчнне мьнше виняежне виняежне виняежне виняежне

2. Постройте график функции

$$y = \frac{4x^3 + 4x^2}{|x + 2| - |3x + 2|}.$$

С помощью построенного графика определите, при каких значения параметра  $k$  уравнение

$$\frac{4x^3 + 4x^2}{|x + 2| - |3x + 2|} = k$$

имеет нечётное количество различных решений.

1 ≠ y, 7/1 ≠ y, 6/4 ≠ y, 0 ≠ y

3. Какая точка на кривой, заданной уравнением  $y^2 + x^2 - 8y - 10x + 37 = 0$ , ближе всего (находится на наименьшем расстоянии) к кривой, заданной уравнением  $y^2 + x^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ ?

(3/4; 2) хьводт хчнннеяонкчюо я илп 8; 2 = n, 4; 3 = x

4. Сумма первых 24 членов арифметической прогрессии равна 33, а сумма первых 24 членов другой арифметической прогрессии, имеющей тот же первый член, но противоположную по знаку разность, равна  $(-8)$ . Найдите первые члены этих прогрессий и разности обеих прогрессий.

25, 87, 41, 55, 52

5. При каких целых положительных  $m$  полином

$$P(x) = m^2 x^{2024m+3} - 25x^{m+1} + 150x^{2023}$$

делится на многочлен  $(x^2 - 1)$ ?

01

6. Сколько существует различных натуральных четырёхзначных чисел, каждое из которых при прибавлении 6 делится на 7, при прибавлении 7 делится на 8, при прибавлении 8 делится на 9, при прибавлении 9 делится на 10? Ответ обоснуйте. Приведите эти числа.

3 числа: 2521, 5041, 7561

7. Старательный ученик внимательно раскрыл скобки и привел все подобные слагаемые в выражении

$$(1 + x^2 + x^4 + \dots + x^{30})^3 + (1 + x^3 + x^6 + \dots + x^{30})^3.$$

Сколько членов будет содержать многочлен, полученный этим учеником?

19

8. На плоскости задан угол в  $24^\circ$ . С его использованием с помощью циркуля и линейки постройте угол в  $9^\circ$ .

9. Три числа  $b_1, b_2, b_3$  образуют геометрическую прогрессию, знаменатель которой  $q$  — натуральное число. Найдите знаменатель, если  $b_1 = 8$ , а  $2b_2 - \frac{b_3}{2} > 15$ .

$z = b$

10. Найдите площадь фигуры, каждая точка  $(x; y)$  которой в прямоугольной системе координат  $Oxy$  удовлетворяет неравенству

$$x^2 + y^2 \leq 8|x| + 6|y|.$$

$\pm 0\text{€} + 96$