

Олимпиада САММАТ

6 класс, 2023 год

1. Две окружности радиусами $R_1 = 16$ и $R_2 = 24$ соприкасаются в одной точке, из которой одновременно начинают двигаться два муравья, каждый по своей окружности, с одинаковой скоростью. Какой путь пройдет каждый из муравьев до первой встречи в начальной точке, из которой они стартовали?

2. В классе 30 учеников. Средний рост всех учеников 160 см. Когда из класса перевелся в другой класс ученик с ростом 145 см, а в класс пришел новый ученик, то средний рост учеников в этом классе стал 161 см. Какой рост у пришедшего ученика?

3. К числу 2023 приписали слева и справа по одной цифре так, чтобы получилось число, делящееся на 27. Найдите все такие числа.

4. В кондитерском магазине продаются конфеты трех видов: карамельки по 3 рубля, ириски по 5 рублей и шоколадки по 10 рублей. Варя хотела приобрести ровно по 8 конфет каждого вида и захватила с собой 200 рублей. Утром она увидела в магазине объявления: «При оплате трех шоколадок получи на кассе бесплатную ириску» и «При оплате трех ирисок получи на кассе бесплатную карамельку». Сколько денег останется у Вари, когда у нее окажется по 8 конфет каждого вида?

5. У продавца имеется емкость с молоком объемом 24 литра, а также две пустые емкости объемом 10 и 14 литров. Каким образом отмерить 12 литров?

6. На доске написали последовательно натуральные числа от 1 до 2023. Далее из них вычеркнули числа, кратные 3, числа, кратные 5, и числа, кратные 12. Сколько незачеркнутых чисел осталось на доске?

7. Найдите решение ребуса

$$A \cdot B + A + B = \overline{AB},$$

A и B — различные цифры; запись \overline{AB} означает двузначное число (то есть $A \neq 0$), составленное из цифр A и B . В качестве ответа напишите числа \overline{AB} .

8. Найдите две последние цифры, на которые оканчивается сумма

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 49^2 + 50^2.$$

9. Произведение пятизначного числа на 8 есть куб натурального числа. Найти наименьшее из таких пятизначных чисел.

10. В корзине находится не более 48 шаров четырех цветов: красные, белые, черные и синие. Красные составляют $1/3$ от их количества, белые — $1/5$ и черные — $1/9$. Сколько в корзине синих шаров?