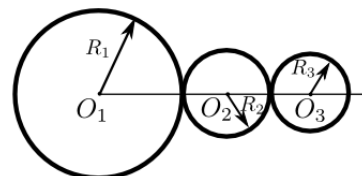


# Олимпиада САММАТ

7 класс, 2022 год

1. В классе присутствуют учитель и несколько учеников. Найти число учеников, если возраст учителя на 24 года больше среднего возраста учеников и на 20 лет больше среднего возраста всех присутствующих в классе.

2. Центры трех кругов с радиусами  $R_1 = 78$  см,  $R_2 = 30$  см и  $R_3 = 24$  см расположены на одной прямой так, что круги касаются друг друга (см. рис.) и могут вращаться вокруг своих центров. Первый круг начинает вращаться, приводя во вращение второй и третий круг. Все круги вращаются без проскальзывания друг относительно друга. За какое минимальное количество оборотов второго круга система из трех кругов примет исходное (начальное) состояние?



3. Решить уравнение:

$$\frac{(n-2)!}{n!} + \frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{1}{12}.$$

Указание:  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ .

4. При каких натуральных значениях  $n$  число  $n^{n+1} - 2n^2 + 2n - 1$  нацело делится на  $(n-1)^2$ ?

5. Каким минимальным количеством ящиков в форме куба можно полностью заполнить склад, представляющий прямоугольный параллелепипед с длиной 728 см, шириной 616 см и высотой 399 см? (Суммарный объем ящиков должен равняться объему параллелепипеда).

6. Две коробки конфет и 3 пачки чая стоят 910 рублей, а три коробки конфет и 5 пачек чая стоят 1440 рублей. Сколько стоят 4 коробки конфет и 2 пачки чая?

7. Найти все целые значения  $m$ , при которых дробь  $\frac{3m+2}{m-4}$  является натуральным числом.

8. В треугольнике  $ABC$  угол  $\angle C = 70^\circ$ . Найти острый угол между биссектрисами углов  $\angle A$  и  $\angle B$ .

9. Найдите числа  $\overline{abc5}$  и  $\overline{mn}$ , если они удовлетворяют условию

$$\overline{abc5} : 11 = \overline{mn}.$$

10. Из полного кувшина, вмещающего 300 грамм концентрированного сока, отлили третью часть и столько же долили воды. Затем из кувшина отлили четвертую часть разведенного сока и снова долили воды. После этого отлили еще третью часть, но водой не доливали. Сколько оказалось в кувшине сока и воды?