

Олимпиада «Росатом» по математике

11 класс, 2026 год, комплект 1

1. Бассейн имеет форму прямоугольного параллелепипеда, наполнен водой и его глубина равна h . В процессе слива воды из бассейна его глубина изменялась по закону

$$h(t) = at^2 + bt + c$$

при некоторых константах a , b и c . Начало слива соответствует моменту $t = 0$, его завершение — моменту времени $t = T$ при этом $h(T) = 0$. Известно, что $h'(T) = 0$ и через час после начала слива объем воды в бассейне уменьшился на 36%. Найти T — время, за которое вода в бассейне полностью сливается.

□

2. Решить уравнение

$$\left(\sin 2x + \sqrt{1 + \sin^2 2x}\right) \left(\sin 3x + \sqrt{1 + \sin^2 3x}\right) = 1.$$

$$\mathbb{Z} \ni x, \frac{c}{4x^2} = x, \mathbb{Z} \ni m, m^2 + x = x$$

3. Известно, что $P(x)$ — многочлен с целыми коэффициентами, имеет целый отрицательный корень и $P(3) = -19$. Найти этот корень.

□

4. При каких b найдется c такое, что уравнение

$$x^3 + x^2 + bx + c = 0$$

имеет три отрицательных корня, являющиеся тремя последовательными членами арифметической прогрессии?

$$\left[\frac{c}{1}; \frac{c}{2}\right] \ni q$$

5. На ребрах AB и DC треугольной пирамиды $ABCD$ расположены точки M и N так, что

$$AM : AB = 1 : 2 \quad \text{и} \quad DN : DC = 1 : 3.$$

На прямых DM и AN взяты точки P и Q так, что прямые PQ и BC параллельны. Найти отношение длин отрезков $PQ : BC$.

□