Олимпиада «Росатом» по математике

9 класс, 2024 год

1. Квадратное поле размером 1100×1100 метров разделено на 121 огороженных загонов в форме квадратов со стороной 100 м. В каждом из загонов поселились зайцы. Количество зайцев, живущих в соседних (имеющих общую сторону) загонах отличается не более, чем на 5. Докажите, что есть на поле загоны с одинаковым числом, проживающих на них зайцев.

□

2. В дом Пети, на елку, пришли его друзья. Каждый из них и Петя получили от Деда Мороза более одного подарка. В конце праздника оказалось, что каждый ребенок, включая Петю, получил на 7 подарков меньше, чем все остальные дети вместе взятые. Сколько друзей пришло к Пете на елку?

2 друга

3. Каждое из десяти положительных чисел равно квадрату суммы остальных девяти. Найдите сумму этих чисел.

$10/81$

4. Квадратный трёхчлен $y = x^2 + bx + c$ назовём совершенным, если b и c являются его корнями. Найдите все совершенные квадратные трёхчлены.

$y = x^2$; $y = x^2 + x - 2$; $y = x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

5. Точки A, B, C и D окружности являются вершинами четырехугольника $ABCD$, диагонали которого перпендикулярны. Длина сторон AB, BC, CD и DA четырехугольника равны 21, 3, 2 и 4 соответственно. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.

$6 + \sqrt{21}$