

## Олимпиада «Росатом» по математике

8 класс, 2023 год

1. Ученики 8<sup>А</sup> класса разделились на три категории. В первую вошли ученики, любящие свою школу, во вторую — «любящие, но не очень», а в третью — те, кто не любит свою школу. Ученики из первой категории на вопросы анкеты всегда дают правдивые ответы, из третьей — всегда лгут. Ученики второй группы обманывают и говорят правду при ответе на вопросы строго «через раз». На три вопроса анкеты

- 1) Любишь ли ты школу?
- 2) Любишь ли ты школу, но не очень?
- 3) Ты не любишь школу?

учеников просили ответить «Да» или «Нет». Оказалось, что «Да» на первый вопрос ответили 25, на второй — 21, на третий — 6 учеников. Сколько учеников класса «любят школу, но не очень», если в классе 31 ученик?

12 ученик

2. При каких значениях  $a$  корни уравнения

$$x^2 - \left(a + \frac{1}{a}\right)x + (a + 2\sqrt{6})\left(\frac{1}{a} - 2\sqrt{6}\right) = 0$$

целые числа?

 $9^{\sqrt{2}} - 5^{\sqrt{2}} = a$ 

3. Сколько существует натуральных чисел, не превосходящих  $496125 = 3^4 \cdot 5^3 \cdot 7^2$ , кратных 49, но не делящихся ни на 3, ни на 5?

5400 чисел

4. Найти наименьшее натуральное число  $n$ , кратное 7, для которого выражение  $n^2 + 25n + 100$  делится нацело на 115.

 $n = 210$ 

5. Угол при вершине  $B$  треугольника  $ABC$  равен  $130^\circ$ . Через точки  $A$  и  $C$  проведены прямые, перпендикулярные прямой  $AC$  и пересекающие окружность, описанную около треугольника  $ABC$ , в точках  $E$  и  $D$ . Найти острый угол между диагоналями четырехугольника с вершинами в точках  $A$ ,  $C$ ,  $D$  и  $E$ .

80