

## Олимпиада «Росатом» по математике

7 класс, 2023 год

1. Каждая из четырех сторон квадрата разделена точками на 9 равных отрезков. На каждой стороне квадрата выбирается по точке деления, исключая вершины, и они являются вершинами выпуклого четырехугольника. Сколько существует таких четырехугольников, у которых ни одна из диагоналей не параллельна сторонам квадрата?

931E

2. При каком натуральном  $n$  справедливо равенство

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n-1} + \sqrt{2n+1}} = 50?$$

001E

3. Петя, Ваня, Сергей и Иван Иванович являются учредителями предприятия с некоторым начальным капиталом. Если Петя удвоит свою долю в начальном капитале, то он возрастет на 20%. Если то же проделает Ваня, то капитал возрастет на 30%. Если Сергей увеличит свою долю в три раза, то рост капитала составит 40%. Во сколько раз должен увеличить свою долю капитала Иван Иванович, чтобы его доля в начальном капитале превысила 51%?

Более, чем в  $\frac{7}{17}$  раза

4. Найти последнюю цифру в десятичной записи числа  $1^2 + 2^2 + \dots + 2023^2$ .

4

5. Выпуклый четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Его диагональ  $BD$  является биссектрисой угла при вершине  $B$ , составляет острый угол  $72^\circ$  с другой диагональю и угол  $53^\circ$  со стороной  $AD$ . Найти углы четырехугольника.

$$\angle A = 72^\circ, \angle B = 110^\circ, \angle C = 108^\circ, \angle D = 70^\circ \text{ или } \angle A = 108^\circ, \angle B = 38^\circ, \angle C = 72^\circ, \angle D = 142^\circ$$