

## Олимпиада «Росатом» по математике

## 11 класс, 2023 год, комплект 2

1. Многочлен  $P(x)$  с целыми коэффициентами удовлетворяет условию  $P(17) = P(23) = 2023$ . Найти наименьшее возможное при этих условиях значение  $P(0) > 0$ .

$$\boxed{89 = \text{min}(0) \mathcal{A}}$$

2. Решить уравнение

$$\log_{\sin x} \sin 2x + \log_{\sin 2x} \sin 3x + \log_{\sin 3x} \sin x = \log_{\sin 2x} \sin x + \log_{\sin 3x} \sin 2x + \log_{\sin x} \sin 3x.$$

$$\boxed{\mathbb{Z} \ni u^{\text{uuz}} + \frac{x}{z} = x}$$

3. Найти приведенный многочлен  $P(x)$  (коэффициент при старшей степени  $x$  равен 1), для которого справедливо тождество  $xP(x-1) = (x-3)P(x)$  по переменной  $x$ .

$$\boxed{(z-x)(1-x)x = (x) \mathcal{A}}$$

4. При каких тройках чисел  $(x; y; z)$ , удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} \sin x - \sin y = y - x, \\ \sin y - \sin z = y - z, \end{cases}$$

выражение  $\left| \frac{z}{1+xy} \right|$  принимает наибольшее возможное значение?

$$\boxed{(1:1:1) \text{ } (1-:1-:1-)}$$

5. Петя записывает на листе бумаги строчку из 7 нулей и 20 единиц, расположенных в совершенно случайном порядке. Найти математическое ожидание случайной величины — числа нулей, записанных до появления первой единицы.

$$\boxed{\frac{x}{1} = \frac{1z}{z} = \mathfrak{M}}$$

6. Длина стороны  $AD$  четырехугольника  $ABCD$  вписанного в окружность равна 5. Точка  $M$  делит эту сторону в отношении  $AM : MD = 1 : 4$ , а прямые  $MC$  и  $MB$  параллельны сторонам  $AB$  и  $CD$  соответственно. Найти длину стороны  $BC$  четырехугольника.

$$\boxed{z = BC}$$