

Олимпиада «Росатом» по математике

9 класс, 2022 год

1. Каждое из чисел $1, 2, \dots, 39$ встречается в квадратной табличке 39×39 ровно 39 раз. Сумма всех чисел, расположенных выше диагонали таблицы, в 3 раза больше суммы чисел, находящихся под ней. Найти сумму чисел на диагонали.

082

2. Доказать, что сумма $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2020}$ представляет собой дробь, числитель которой делится на 2021.

3. Петя написал на доске четыре числа: 5, 4, 4, 3 и сказал Васе, что это записанные в произвольном порядке сумма, разность, произведение и частное двух положительных придуманных им чисел. Вася подумал и назвал эти числа. А вы можете это сделать?

4. Заемщик и кредитор договорились, что беспроцентный кредит в 615 т. р. будет выплачиваться ежемесячно в последний день месяца. В первый месяц возвращается некоторая сумма (целое число т. р.), а в каждый последующий месяц возвращается сумма на 1 т. р. большая, чем в предыдущем месяце. На какое максимальное число месяцев мог быть выдан такой кредит и какую сумму при этом выплатил заемщик в первый месяц?

30 месяцев, 6 т. р.

5. Угол при вершине A остроугольного треугольника ABC равен 60° . Через вершины B и C проведены прямые, перпендикулярные сторонам AB и AC соответственно, пересекающиеся в точке D . Через вершину B проведена прямая, перпендикулярная прямой AD и пересекающая сторону AC в точке M . Длины отрезков MA и MC равны 3 и 1 соответственно. Найти длину стороны BC .

 $BC = 2\sqrt{7} - 2\sqrt{3}$