

Олимпиада «Росатом» по математике

11 класс, 2022 год, комплект 1

1. Петя пришел на остановку автобуса, едущего до школы с остановками равноотстоящими друг от друга, и, не увидев автобуса на дороге, решил пробежаться и сесть в автобус на следующих остановках по пути в школу. Бежал Петя так, что в любой момент времени мог заметить появление автобуса на дороге за своей спиной. Увидев автобус, Петя может повернуть назад или сохранить направление движения. Известно, что скорость движения автобуса в 4 раза превосходит скорость бега Пети, а увидеть автобус он может на расстоянии не более 1 км. Найти наибольшее значение расстояния между остановками, при котором независимо от того повернет Петя назад при обнаружении автобуса или нет, он сможет сесть в автобус на остановке. (время нахождения автобуса на остановке не учитывать)

$$\boxed{\text{100} \frac{1}{8} = \text{1250}}$$

2. Координаты $(x; y)$ точек в квадрате $\{(x; y): 0 \leq x \leq 2\pi, 0 \leq y \leq 2\pi\}$ удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = \sin 1, \\ \cos x + \cos y = \cos 1. \end{cases}$$

Сколько таких точек находится в квадрате? Найти координаты $(x; y)$ наиболее удаленной точки от центра квадрата.

$$\boxed{\left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} + 1 = 1 \\ \frac{x}{2} + 1 = x \end{array} \right\} \text{ и } \left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} + 1 = 1 \\ \frac{x}{2} + 1 = x \end{array} \right\} (2) \text{ ; ижнот эвир } (1)}$$

3. Блоха Кузя может совершать прыжки по прямой L . Старт для прыжков находится в точке A прямой L , длина одного прыжка h , направление каждого прыжка выбирается случайным и равновероятным. Найти вероятность того, что, сделав от четырех до восьми случайных прыжков, Кузя хотя бы один раз будет находиться на расстоянии $3h$ от A .

$$\boxed{091 \frac{1}{8}}$$

4. Длины ребер a_1, a_2, a_3 и b_1, b_2, b_3 прямоугольных параллелепипедов P_A и P_B — целые числа. Если в параллелепипеде P_A увеличить на 1 длину одного из ребер a_1, a_2 или a_3 , то отношение объемов $V_A : V_B$ изменится на 3, 5 или на 7 единиц соответственно. Найти наименьшее возможное при этих условиях значение отношения объемов $V_A : V_B$.

$$\boxed{501}$$

5. Можно ли множество из 2017 чисел $\{\log_2 5, \log_2 6, \log_2 7, \dots, \log_2 2021\}$ разбить на две части так, чтобы сумма чисел, попавших в одну из этих частей, отличалась от суммы чисел в другой не более, чем на 1 (по абсолютному значению)?

6. По диагоналям оснований AC и B_1D_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром a ползут два муравья Гоша и Леша. Движение они начали одновременно из точек A и B_1 соответственно с постоянной скоростью, причем скорость Леша была в два раза больше скорости передвижения Гоши, и закончили, когда Леша оказался в точке D_1 . Какое наименьшее расстояние разделяло Гошу и Лешу во время движения?

$$\frac{01}{11} \wedge v = \text{чирр}$$